Documento de Planeación didáctica

Parte general	
Nombre del profesor	Flor de María Islas Cabrera
Subsistema y Nivel académico	Bachillerato, Colegio de Ciencias y Humanidades (CCH), plantel Vallejo
Asignatura / semestre o año	Matemáticas IV Se imparte a los alumnos de cuarto semestre del CCH
Unidad temática y contenidos	Unidad III – Funciones Trigonométricas 1. Generalización, en el plano cartesiano, de las razones trigonométricas para un ángulo cualquiera. a) Círculo unitario: extensión de las funciones seno y coseno para ángulos no agudos. b) Ángulos positivos y negativos. c) Ángulo de referencia. Sus cuatro posiciones. d) Medida de ángulos con distintas unidades: grados y radianes. e) Cálculo del seno y el coseno para ángulos mayores de 90°. 2. Gráfica de las funciones seno, coseno y tangente. a) Análisis del dominio y rango. b) Noción de amplitud, periodo y frecuencia. 3. Definición de función periódica: $f\ (x\ \pm\ k)\ \ f\ (x)$. 4. Gráfica de las funciones: $F(x) = asen(bx \pm c) \pm d$ $F(x) = acos(bx \pm c) \pm d$ a. Análisis del comportamiento de sus parámetros $a, b. c\ y\ d$. b. Fase y ángulo de desfasamiento. 5. Las funciones trigonométricas, como modelos de fenómenos periódicos. Problemas de aplicación.

OBJETIVOS DE LA UNIDAD	• Extender el concepto de razones trigonométricas e iniciar el estudio de las funciones trascendentes a través de las funciones circulares, cuya variación periódica permite modelar fenómenos cíclicos muy diversos. • Reforzar el análisis de las relaciones entre gráfica y parámetros que se ha venido realizando, resaltando la importancia de ajustar los parámetros para construir el modelo que se ciña a un fenómeno determinado.
DURACIÓN	20 horas
POBLACIÓN	25 estudiantes
BIBLIOGRAFÍA	• Fleming, W., & Varberg, D. (1991). *Álgebra y trigonometría con geometría analítica*. Pearson Educación. • Flores, A. H., & Victoria, S. (2001). *Introducción a la Geometría con el Geométra*. Grupo Editorial Iberoamerica. • Rivaud, J. J., & Rivaud, J. J. (1984). *Trigonometría*. • Stewart, J., Redlin, L., & Watson, S. (2008). Precálculo. 5ª. *Edición. Tomson Editores*. • Johnson, L. , Steffensen, Arnold R. (2009). Álgebra y Trigonometría con Aplicaciones. México: Trillas. • Leithold, L. (1999). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. México: Oxfod University Press. • Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. (13ª ed.) México: Cengage Learning. • Kelly, T., Anderson, J. y Balomeros, R. (1996). Álgebra y Trigonometría. México: Trillas. • Demana, F., Waits, B., Foley, G. y Kennedy, D. (2007). Precálculo Gráfico, Numérico, Algebraico. México: Pearson Addison Wesley. • Johnson, L. , Steffensen, Arnold R. (2009). Álgebra y Trigonometría con Aplicaciones. México: Trillas. • Kelly, T., Anderson, J. y Balomeros, R. (1996). Álgebra y Trigonometría. México: Trillas. • Leithold, L. (1999). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. México: Oxfod University Press. • Swokowski, E. y Cole, J. (2011). Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica. (13ª ed.) México: Cengage Learning.

Actividad 1. Actividad de inicio
(Esta actividad se realiza para empezar a trabajar una unidad temática)

TITULO DE LA ACTIVIDAD	**Razones trigonométricas**
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Conoce que las razones trigonométricas se derivan de una propiedad fundamental de los triángulos rectángulos semejantes, y sabe que existen seis de ellas.
RECURSOS	• Google Drive • GeoGebra • Correo electrónico • Pizarrón • Plumones • Calculadora
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	Trabajo previo a la clase 1 (para profesor y alumnos, si aplica) **Extra clase** **Tiempo estimado, en un fin de semana** Los alumnos en equipo (2 alumnos por equipo) realizará una investigación, la cual debe contener: • Identidades trigonométricas, las propiedades y aplicaciones de las funciones trigonométricas. • Sector de un ángulo y área de un sector • Direcciones de los ángulos. • Gráfica de las funciones trigonométricas La elección de los equipos lo realizan ellos, en este momento ya se conocen y saben quien trabaja, es decir, las actitudes y aptitudes, también aquí ayuda el que al trabajar en Google Drive en una de las pestañas el profesor puede ver qué el trabajo sea equitativo y no hecho solamente por una persona, ellos están enterados de esto y trabajan por igual. El reporte lo realizarán por vía electrónica en Google Drive (por lo que los alumnos tienen que tener una cuenta en gmail), compartirán entre ellos el reporte, incluyendo al profesor con derecho para editar, las características a cubrir en el archivo son; extensión de 5 cuartillas con por lo menos 4 gráficas. El documento se enriquecerá en el transcurso de las clases. Es conveniente

	aclararles a los alumnos que este documente le tiene que servir a alguien más, es decir, a un alumno que esté por cursar la unidad y que es importante que al termino de cada clase se tiene que trabajar en el documento. Realizarán una búsqueda en ligas y vídeos de internet usando la RUA y a DGB, de ser necesario podrán ampliar su búsqueda en Google academic. Se le sugiere al alumno que acuda a libros si lo cree necesario. **Trabajo durante la clase 1 (para profesor y alumnos)** **Clase 1 (duración 120 minutos)** **Actividad 1** **Dirección de ángulos (120 min)** El profesor expone el concepto de ángulo positivo y negativo, y muestra la realización de una conversión (ver anexo 1). **(30 min)** • Los estudiantes atienden a la exposición del docente y colaboran grupalmente en la realización del ejercicio de conversión. El docente explica la realización del problema Medida angular (ver anexo 1) • Los estudiantes atienden a la exposición del docente y colaboran grupalmente en la realización del ejercicio de medida angular. **(30 minutos),** aquí es importante que el profesor observe que es lo que hacen los alumnos y que esté atento a las preguntas que vallan surgiendo durante la realización de los ejercicios **Sector de un ángulo (60 minutos)** El profesor expone el concepto de sector de un círculo (ver anexo 3). **(20 min)** • Los estudiantes atienden a la exposición del docente y colaboran grupalmente en la realización del ejercicio de sector de un círculo. Es importante aclarar que los alumnos en todo momento trabajaran con su pareja, por lo que siempre tienen que estar cerca o sentarse juntos para que entre ellos compartan ideas. El docente explica la realización del problema Medida angular (ver anexo 1) • Los estudiantes efectúan por pareja la resolución de una serie de ejercicios (ver anexo 2). (30 minutos) Transcurridos este tiempo, el profesor pide a los estudiantes las conjeturas a las que hayan llegado por equipo. Guiando en todo

	momento la realización de los ejercicios dentro del aula. **Clase 2** **Actividad 2** **Ejercicios (120 minutos)** En esta clase los alumnos se sientan con su pareja de equipo, con la finalidad de que realicen una serie de ejercicios, los cuales entregarán en Word, contemplando que uno de los ejercicios estará explicado de tal forma que un compañero de ellos que va a cursar la unidad de funciones trigonométricas comprenda el tema. Esta idea se les recuerda a los alumnos para que la forma en cómo redacten sea como ellos quisieran este escrita como cuando ellos están buscando en la red la forma de resolver un ejercicio y que buscan y buscan hasta que encuentran algo que ellos entienden. La selección del ejercicio que van a explicar a detalle la realiza el profesor (ver anexo 3). • Los estudiantes efectúan por pareja la resolución de una serie de ejercicios (ver anexo 3). **Clase 3** **Actividad 3 (60 min)** • El docente pide a los equipos expliquen el ejercicio que les tocó en el pizarrón. • Los estudiantes, por equipo, pasan a explicar el ejercicio. • el docente les pide a los alumnos que expresen dudas, si es que hay, con la finalidad de enriquecer la explicación. • El docente da indicaciones para completar el documento en Drive. • Los estudiantes, en equipo, complementan el documento en Drive.
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	• Documento elaborado en Google Drive • La actividad elaborada por los estudiantes
FORMA DE EVALUACIÓN	(ver tabla siguiente)

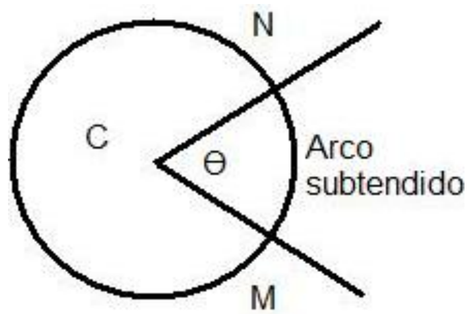
No.	Indicador	Cumplió (Si/No)	Ejecución		Observaciones
			Ponderación	Calificación	
1	Trabajó con orden y limpieza		1		

	2	Calificación del contenido del trabajo		5			
	3	Escribe conclusiones		3			

Anexo 1

Medida Angular (60 minutos)

Definición: En la geometría Euclidiana, un ángulo se define como la figura geométrica formada por dos rayos con su punto extremo en común, éste punto extremo común es el vértice y los rayos son los lados del ángulo.

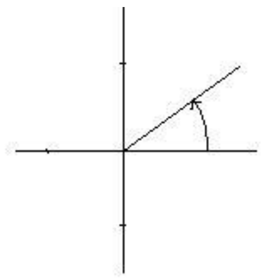


Para esto, construimos un círculo de radio arbitrario con su centro en el vértice del ángulo. Éste ángulo se llama un ángulo central de un círculo, y la porción de la circunferencia entre los lados del ángulo se llama el arco subtendido.

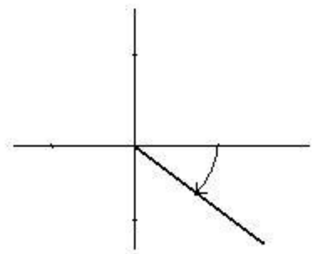
Si un ángulo, considerado como un ángulo central de un círculo, subtiende un arco de longitud igual al radio del círculo, entonces decimos que el ángulo tiene una medida de UN RADIAN.

Si la longitud del arco es $\frac{1}{360}$ de la circunferencia del círculo, entonces la medida del ángulo es un grado (1°). Algunas subdivisiones comunes son la mili radian, que es $\frac{1}{1000}$ de un radian, y el minuto (´), que es $\frac{1}{60}$ de un grado. Los minutos también se subdividen en 60 partes iguales llamados segundos (”), pero también frecuentemente se usan partes decimales de grados o minutos.

Si un rayo realiza una rotación en el plano sobre su punto extremo, entonces la posición inicial y final del rayo determinan un ángulo. Se llama positiva a la rotación en el sentido contario a las manecillas del reloj y negativa a la rotación en el sentido de las manecillas del reloj.



Rotación Positiva



Rotación Negativa

Ya que la circunferencia de un círculo es igual a 2π veces el radio, se infiere que un rayo genera un ángulo de 2π radianes al efectuar una vuelta completa. Por consiguiente:

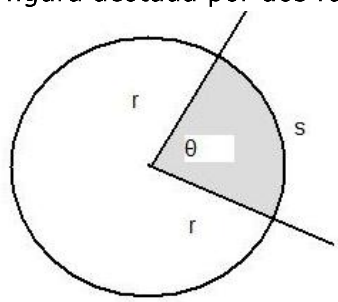
De grados a radianes se multiplica por $\frac{2\pi}{180}$
De radianes a grados se multiplica por $\frac{180}{2\pi}$

Se le pide al alumno llene la siguiente tabla

Radianes	0 $\frac{\pi}{6}$ $\frac{\pi}{4}$ $\frac{\pi}{3}$ $\frac{\pi}{2}$ $\frac{2\pi}{3}$ $\frac{3\pi}{4}$ $\frac{5\pi}{6}$ π $\frac{7\pi}{6}$ $\frac{5\pi}{4}$ $\frac{4\pi}{3}$ $\frac{3\pi}{2}$
Grados	0° 30° 45° 60° 90° 120° 135° 150° 180° 210° 225° 240° 270°
Radianes	$\frac{5\pi}{3}$ $\frac{7\pi}{4}$ $\frac{11\pi}{6}$ 2π
Grados	300° 315° 330° 360°

Anexo 2

Sector de un ángulo (60 minutos)
Un sector de un círculo es una figura acotada por dos radios y el arco interceptado



Sector

Se usa la idea de la medida de radian para encontrar la longitud del arco y el área del sector. De la definición de radian, vemos que si θ es el ángulo central en radianes, y s es el arco interceptado sobre un círculo de radio r, entonces:

$$\theta = \frac{s}{r} \text{ o bien } s = r * \theta$$

Por lo que el área del sector queda:

Y puesto que hay 2π radianes en un giro o revolución, tenemos:

$$\frac{\text{área del sector}}{\text{área del círculo}} = \frac{\theta}{2\pi}$$

$$\text{área del sector} = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

El profesor propone ejercicios para ejemplificar.

1. ¿En cuál de los dos siguientes casos se obtiene más por su dinero?, si compras un tercio de pizza de 12 pulgadas de diámetro por $7.50 o si compras un cuarto de pizza de 16 pulgadas de diámetro por $9.50.

Anexo 3

Ejercicios.

1. Convierta las siguientes medidas angulares a su medida en radianes.

   (a) 135° ; (b) 285° ; (c) 275° ; (d) 359°

2. Convierta las siguientes medidas angulares a su medida en grados.

   a) $\frac{7\pi}{4}$ radianes

   b) $\frac{5\pi}{6}$ radianes

   c) $\frac{3\pi}{2}$ radianes

   d) $\frac{2\pi}{7}$ radianes

3. ¿A cuántos radianes por minuto equivale una velocidad angular de 5 revoluciones por minuto?

4. ¿A cuántos grados por segundo equivale una velocidad angular de 120 radianes por minuto?

5. Proporcione en grados, otra medida positiva y otra medida negativa para cada uno de los siguientes ángulos:

   (a) Un ángulo de 65° (c) Un ángulo de $-115°$

   (b) Un ángulo de 215° (d) Un ángulo de $-333°$.

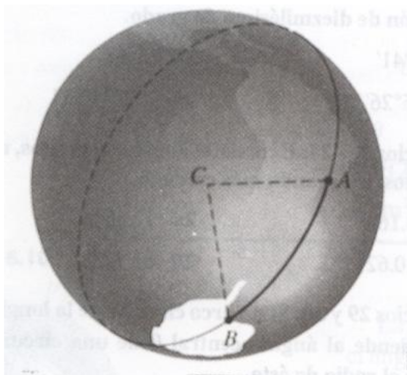
6. Encuentre el área de un sector de un círculo de radio 4 cm. Si el ángulo central es de:

   a) 120° c) $\frac{2\pi}{3}$ radianes

   b) 225° d) $\frac{\pi}{6}$ radianes

7. La distancia entre dos puntos A y B sobre la tierra, se mide sobre una circunferencia que tiene su centro C en el centro del planeta y cuyo radio es igual a la distancia de C a la superficie. Si el diámetro de la tierra es aproximadamente 8 000 millas, calcule la distancia aproximada entre A y B si el ángulo ACB tiene la medida indicada:

   a) 60° b) 45° c) 30° d) 10° e) 1°



8. En el ejercicio anterior, si el ángulo ACB mide 1', entonces la distancia entre A y B es una milla náutica. Calcule aproximadamente el número de millas terrestres que tiene una milla náutica.

Actividad 2. Actividad de desarrollo
(Esta actividad se realiza para trabajar a lo largo de una unidad temática)

TITULO DE LA ACTIVIDAD	**Definiciones trigonométricas**
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Conoce que las razones trigonométricas se derivan de una propiedad fundamental de los triángulos rectángulos semejantes y que, a partir del concepto del círculo unitario, generaliza el concepto de funciones trigonométricas a ángulos positivos y negativos, de cualquier medida. Construye las gráficas de las funciones seno y coseno.
RECURSOS	• Google Drive (documento de inicio) • Correo electrónico • Pizarrón • Plumones • Calculadora
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	**Clase 4 (120 mín.)** **Actividad 1(60 min)** **Círculo unitario (60 min)** El docente expone el concepto de círculo unitario (ver anexo 1). • Los estudiantes atienden a la exposición del docente y colaboran grupalmente en la exposición. El docente definiciones trigonométricas (ver anexo 1) • Los estudiantes atienden a la exposición del docente y colaboran grupalmente en la realización del ejercicio delas definiciones trigonométricas. • Los estudiantes resuelven en equipo las definiciones trigonométricas a partir de un punto dado en un círculo unitario. **Actividad 2** **Graficas de seno y coseno (60 min)** • El profesor siguiendo este razonamiento obtiene las gráficas de seno y coseno (ver anexo 2). • Los estudiantes atienden a la exposición del docente y colabora en el llenado de la tabla. • Los estudiantes colaboran con la realización de las gráficas.

<table>
<tr><td></td><td>El docente da indicaciones para completar el documento en Drive.
Los estudiantes, en equipo, complementan el documento en Drive.</td></tr>
<tr><td>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</td><td>Actividades contestadas
Seguir con el enriqueciendo del documento.</td></tr>
<tr><td>FORMA DE EVALUACIÓN</td><td>
<table>
<tr><th rowspan="2">No.</th><th rowspan="2">Indicador</th><th rowspan="2">Cumplió (Si/No)</th><th colspan="2">Ejecución</th><th rowspan="2">Observaciones</th></tr>
<tr><th>Ponderación</th><th>Calificación</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Trabajó con orden y limpieza</td><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>Calificación del contenido del trabajo</td><td></td><td>5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3</td><td>Escribe conclusiones</td><td></td><td>3</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

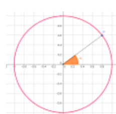
Anexo 1

Círculo unitario (60 minutos)

A partir de un circulo unitario, se obtienen las razones trigonométricas respectivamente. De ahí, llevarlos a establecer las razones trigonométricas seno, coseno y tangente y después, sus recíprocas.

Definiciones trigonométricas

$$\sin\theta = y \qquad \cos\theta = x$$
$$\tan\theta = \frac{y}{x} \qquad \csc\theta = \frac{1}{y}$$
$$\sec\theta = \frac{1}{x} \qquad \cot\theta = \frac{x}{y}$$



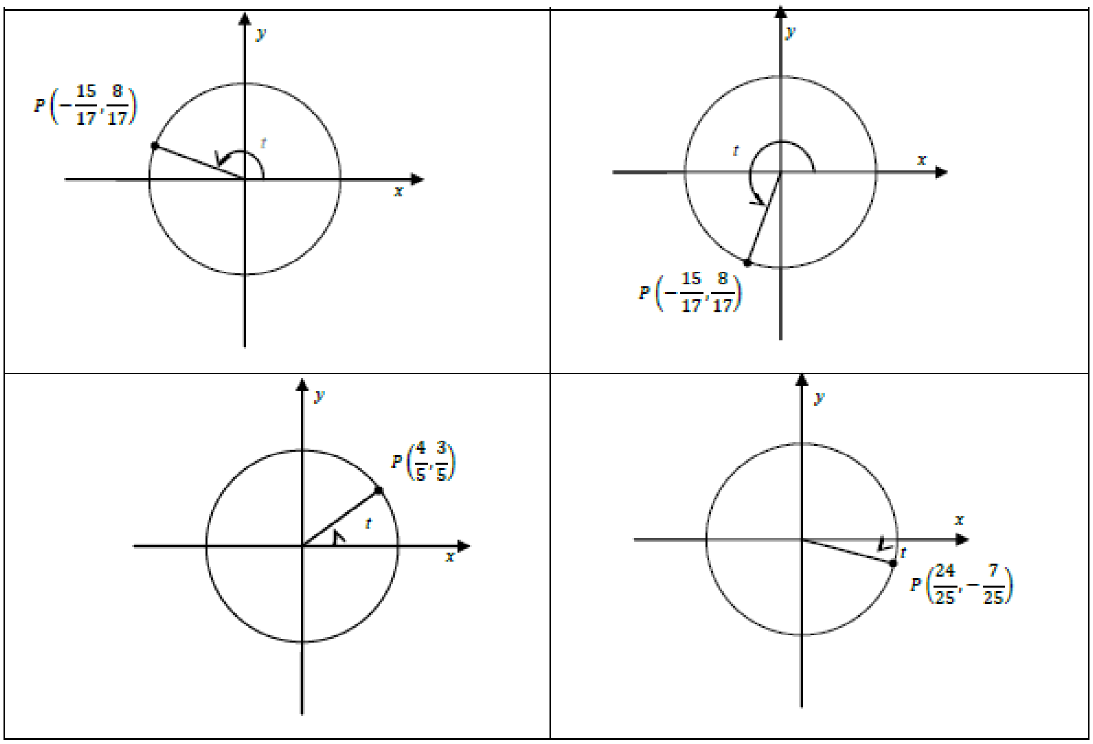
Consideremos un punto P sobre la circunferencia de un círculo con radio 1 y con centro en el origen de un sistema de coordenadas rectangulares.

Conforme P toma varias posiciones sobre la circunferencia, las coordenadas x e y de P, varían entre 1 y −1, pero la localización de P está determinada por el ángulo θ que forma el segmento $\overline{OP}$ con el eje positivo de las x, por lo tanto, las coordenadas x e y están completamente determinadas por el ángulo θ el cual está medido en radianes, esto permite que el conjunto de valores permitidos para θ sea el conjunto de los números reales R.

Para cada valor de θ, existe un único valor de x y un único valor de y, por lo tanto, cada conjunto $\{(\theta, x)\}$ y $\{(\theta, y)\}$, es una función, con dominio R y rango $\{u: -1 \leq u \leq 1\}$. Al conjunto de pares $\{(\theta, x)\}$ se le llama función coseno, y al conjunto de pares $\{(\theta, y)\}$ se le llama función seno.

Ejercicios

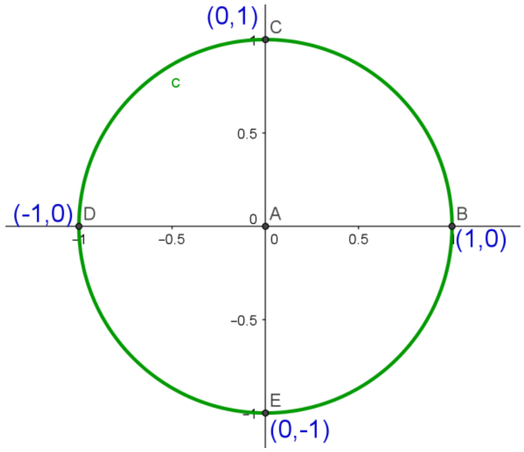
En los siguientes gráficos se muestra un punto P(x,y) sobre la circunferencia unitaria, correspondiente a un número real t. Halla los valores de las funciones trigonométricas en t.



Anexo 2

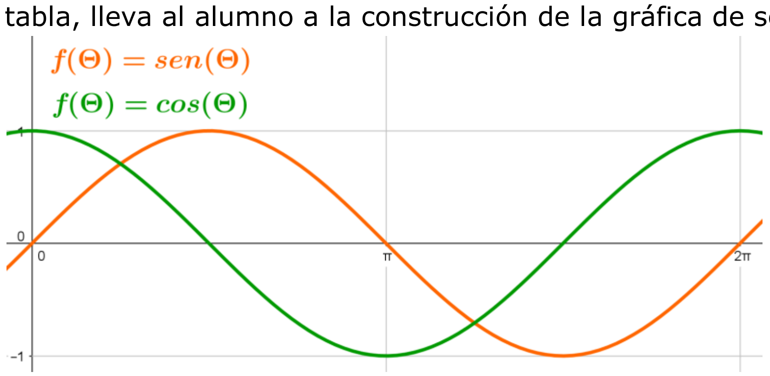
Actividad 2 (60 min)

Siguiendo este razonamiento se obtiene las gráficas de seno y coseno. Hacer que el alumno termine la tabla y realice una de las gráficas.



	$\sin\theta = y$	$\cos\theta = x$
0		
$\frac{\pi}{2}$		
π		
$\frac{3}{2}\pi$		
2π		

El llenado de esta tabla, lleva al alumno a la construcción de la gráfica de seno y coseno.



Aquí se le explica la amplitud, periodo y frecuencia.
Cada equipo complementara el documento de Drive con lo que se vio en clase, realizaran las notas que crean pertinentes para que el documento se enriquezca.

Actividad 3. Actividad de cierre
(Esta actividad se realiza para concluir el trabajo de una unidad temática)

TITULO DE LA ACTIVIDAD	**Desarrollo de una función trigonométrica**
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	Aplica, junto con los conocimientos de esta unidad, todos los parámetros que involucra a las funciones trigonométricas de seno y coseno.
RECURSOS	• Google Drive (documento que se ha ido trabajando desde un inicio) • Pizarrón • Plumones • Calculadora
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN	**Actividad 1**

<table>
<tr><td>EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN</td><td>
Clase 5 (120 min)

Funciones de la forma

El docente expone el concepto de funciones trigonométricas (ver anexo 1).
Los estudiantes atienden a la exposición del docente y colaboran grupalmente en la exposición.
El docente empieza realiza la gráfica de seno y poco a poco incrementa los parámetros que la acompañan (ver anexo 1)
Los estudiantes atienden a la exposición del docente y colaboran grupalmente en la realización de las gráficas.
El docente empieza realiza la gráfica de coseno y poco a poco incrementa los parámetros que la acompañan (ver anexo 1)
Los estudiantes atienden a la exposición del docente y colaboran grupalmente en la realización de las gráficas.
En equipo resuelven ejercicios (ver anexo 2).

Clase 6
Trabajo en equipo (60 min)

El profesor asigna un ejercicio a cada equipo.
Los estudiantes colaboran con la realización de este ejercicio, explicándolo en forma detallada.
Los estudiantes por equipo ponen el ejercicio que les tocó en el Drive.
Los estudiantes, en equipo, complementan el documento en Drive.
</td></tr>
<tr><td>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO</td><td>Documento de Google Drive (documento completo de lo aprendido durante clase, con búsqueda realizada)</td></tr>
<tr><td>FORMA DE EVALUACIÓN</td><td>
<table>
<tr><th rowspan="2">No.</th><th rowspan="2">Indicador</th><th rowspan="2">Cumplió (Si/No)</th><th colspan="2">Ejecución</th><th rowspan="2">Observaciones</th></tr>
<tr><th>Ponderación</th><th>Calificación</th></tr>
<tr><td>1</td><td>Trabajó con orden y limpieza</td><td></td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2</td><td>Calificación del contenido del trabajo (desarrollo del tema)</td><td></td><td>5</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

	3	Escribe conclusiones		3			

Anexo 1

Funciones trigonométricas de la forma

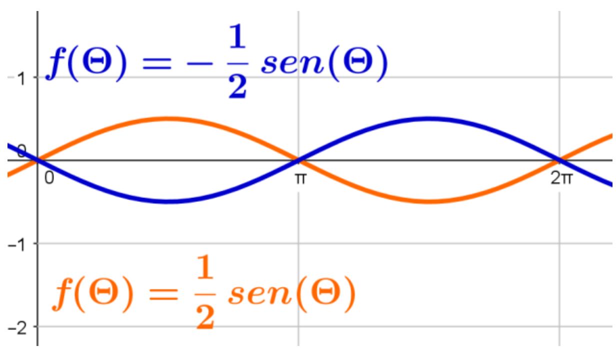
$$\boldsymbol{y = a\ \sin(bx + c) + d}$$
$$\boldsymbol{y = a\ \cos(bx + c) + d}$$

Iniciamos con la función $y = a\ \sin(bx + c) + d$, y sin pérdida de generalidad suponemos que $b = 1, c = 0\ y\ d = 0$, y consideremos el caso cuando $a = 3$, tendremos entonces la función $y = 3\sin(\theta)$.

Esto significa que todos los valores que adquiera la función $y = 3\sin(\theta)$ deberán multiplicarse por 3 y se obtiene la siguiente gráfica:

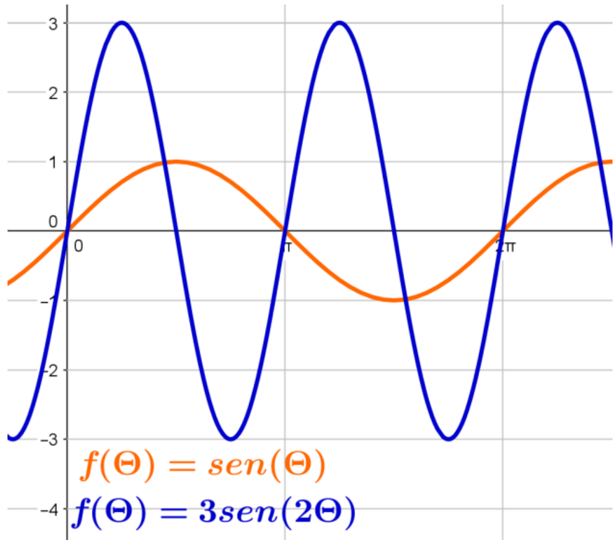
Aquí se le hace ver al alumno que la $a = 3, b = 1$, es decir, un periodo (T) se cumple en 2π, llegando a que $T = \frac{2\pi}{b}$ y que la frecuencia se obtiene $f = \frac{1}{T}$

Algo similar ocurriría si ponemos los valores $a = \frac{1}{2}$ $o\ bien\ a = -\frac{1}{2}$



Ahora pongamos $a = 3\ y\ b = 2$, para obtener la función $y = 3sen(2\theta)$

Y veamos su gráfica, donde además ponemos la función $y = sen(\theta)$ para comparar:



Aquí ya se involucran dos parámetros, a y b , al valor absoluto de a, a $|a|$ se le llama la AMPLITUD, que es el valor máximo que puede tomar la función, en nuestro caso es igual a 3 y el PERÍODO es $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$, esto quiere decir que un periodo se cumplirá en π. Vea en la gráfica que en el segmento o intervalo de $[0,\ 2\pi]$, la función $y = sen(\theta)$ da un ciclo y la función $y = 3sen(2\theta)$ efectúa 2 ciclos.

Ahora se realiza el análisis de la gráfica de la función de la forma $y = asen(b\theta + c)$

Igual que antes se obtiene la amplitud, periodo y frecuencia como se mostró inicialmente, el tener ahora a $b\theta + c$ hace un recorrido de valores de 0 a 2π. Esto quiere decir que encontraremos un intervalo que contenga exactamente una onda senoidal o cosenoidal si logramos aislar la variable θ de la siguiente cadena de desigualdades:

$$0 \leq b\theta + c \leq 2\pi$$

$$0 - c \leq b\theta + c - c \leq 2\pi - c$$

$$-c \leq b\theta \leq 2\pi - c$$

$$\frac{-c}{b} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{b} - \frac{c}{b}$$

Pongamos la función $y = 3sen(2\theta - \frac{\pi}{2})$, $a = |3| = 3$, el período es $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ y la $f = \frac{1}{\pi}$

Solo hay que determinar donde inicia y donde termina.

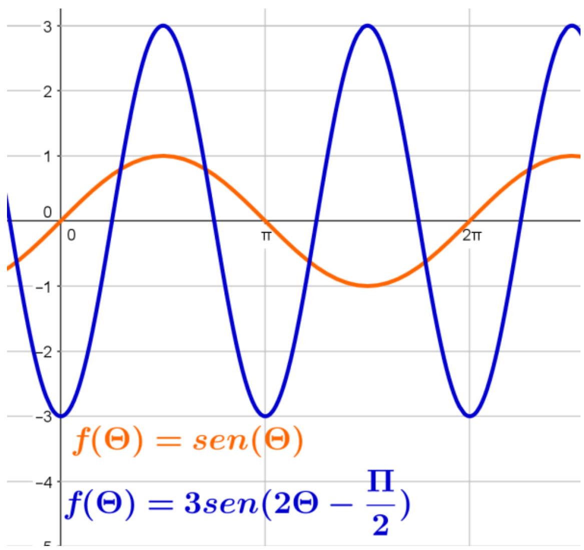
$$0 \leq 2\theta - \frac{\pi}{2} \leq 2\pi$$

$$0 + \frac{\pi}{2} \leq b\theta - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \leq 2\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{2} \leq 2\theta \leq \frac{5\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{4} \leq \theta \leq \frac{5\pi}{4}$$

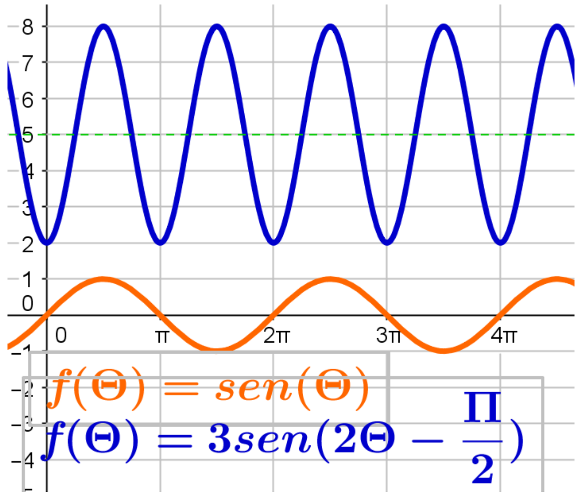
Entonces el ciclo inicia en $\theta = \frac{\pi}{4}$, y termina en $\theta = \frac{5\pi}{4}$, Comparando su grafica con $y = sen(\theta)$ quedando:



Y se va repitiendo tanto a derecha como hacia la izquierda.

Por último, teniendo una función $y = asen(b\theta + c) + d$, donde d traslada a la función hacia arriba o hacia abajo al eje θ.

Ahora se tiene una función de la forma $y = 3sen\left(2\theta - \frac{\pi}{2}\right) + 5$, la amplitud, periodo, frecuencia, inicio y final de un período se obtiene de la misma forma, quedando la gráfica de la siguiente forma:



Esto mismo se hace para coseno y para cuando se tiene las funciones $y = -asen(b\theta + c) + d$ y $y = -acos(b\theta + c) + d$.

Anexo 2

Ejercicios

Encuentra el periodo (T), la amplitud (a), el desfasamiento y desplazamiento vertical de las siguientes funciones realiza su grafica.

a) $f(t) = 2\sin\left(t + \frac{\pi}{4}\right)$

b) $f(t) = \frac{3}{2}\cos\left(t - \frac{\pi}{3}\right)$

c) $f(t) = \frac{5}{2}\sin(3t - \pi)$

d) $f(t) = 3\cos\left(2t - \frac{\pi}{2}\right)$

e) $f(t) = 2\tan\left(2t + \frac{\pi}{2}\right)$

f) $f(t) = 6\cos\left(\frac{3}{2}t + 180°\right)$

g) $f(t) = 8\sin\left(\frac{7}{2}t - 90°\right)$

h) $f(t) = -2\cos(3t - 90°)$

i) $f(t) = -4\sin(5t + 600°)$

j) $f(t) = -\frac{1}{4}\tan\left(\frac{1}{2}t + 60°\right)$

k) $f(t) = \frac{9}{2}\sin(6t - 8)$

l) $f(t) = 9\cos(5t + 3)$

m) $f(t) = \frac{1}{2}\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{8}\right)$

n) $f(t) = -\frac{1}{4}\sin\left(\frac{t}{\pi} - \frac{1}{4}\right)$

o) $f(t) = -\frac{3}{4}\sin\left(\pi t + \frac{\pi^2}{3}\right)$

p) $f(t) = -3\tan\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right)$

q) $f(t) = \pi\cos\left(\frac{1}{\pi}t + \frac{2}{3}\right)$

r) $f(t) = 2\cos\left(\pi t + \frac{1}{3}\right) + 4$

s) $f(t) = \frac{7}{2}\sin(3t - 4) - \frac{7}{2}$

t) $f(t) = -\frac{1}{2}\sin(\pi t + 1) + \frac{3}{2}$

u) $f(t) = -\frac{7}{4}\cos(2t - \pi) + \frac{9}{4}$

v) $f(t) = -2\cos(2t - 45^{\circ}) + \frac{7}{2}$

w) $f(t) = 3\sin(6t - 510^{\circ}) - \frac{5}{2}$

x) $f(t) = \frac{1}{3}\tan\left(2t - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2}$

Diga a que función corresponde a cada gráfica

a) $f(t) = \sin\left(3t - \frac{\pi}{2}\right) + 1$

b) $f(t) = \sin\left(t - \frac{\pi}{2}\right)$

c) $f(t) = 3\sin\left(3t - \frac{\pi}{2}\right)$

d) $f(t) = \sin(t)$

e) $f(t) = \sin\left(3t - \frac{\pi}{2}\right) - 1$

f) $f(t) = \sin\left(3t - \frac{\pi}{2}\right)$