



Documento de Planeación didáctica

PARTE GENERAL	
NOMBRE DEL PROFESOR	Hernández López Andrés José
SUBSISTEMA Y NIVEL ACADÉMICO	Bachillerato CCH Azcapotzalco.
ASIGNATURA / SEMESTRE O AÑO	Cálculo Diferencial e Integral II. Sexto Semestre. 2 horas martes y jueves de cada semana.
UNIDAD TEMÁTICA Y CONTENIDOS	UNIDAD I. DERIVADAS DE FUNCIONES TRASCENDENTES. Temas: • Derivadas de funciones trigonométricas. • Situaciones que dan lugar a funciones trigonométricas y al estudio de su variación. • Construcción gráfica y tabular de la derivada de las funciones seno y coseno. • Derivada de las funciones tangente, cotangente, secante y cosecante.
OBJETIVOS DE LA UNIDAD	• Reforzar y extender el conocimiento de la derivada a través del estudio de la variación de las funciones trigonométricas, para cubrir situaciones que se modelan con funciones trascendentes. • Retomar las relaciones entre las gráficas de una función y su derivada. • Optimizar una función trigonométrica.
DURACIÓN Tiempo estimado para la realización de la actividad.	• 6 horas para la preparación de la Asesoría. • 8 horas en clase. • 8 horas en trabajo extra clase. Total: 22 horas.
POBLACIÓN	120 alumnos (tres grupos ordinarios de 40 alumnos en promedio).
BIBLIOGRAFÍA	• GeoGebra, <i>Guía Rápida de Referencia</i>, en http://static.geogebra.org/help/geogebraquickstart_es.pdf. • Stewart James (1998), <i>Cálculo Diferencial e Integral</i>, México, International Thomson Publishing. • Stewart James (2002), <i>Cálculo Trascendentes tempranas</i>, México, Thomson Learning.



Direcciones URL:

- International GeoGebra Institute, (2017) GeoGebra Org, www.geogebra.org
- Universidad de Navarra, (sf)
<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/videos/9derivada2/9derivada2.html>.
- International GeoGebra Institute, (2017), “Rectángulo de perímetro constante y área variable”, <http://www.geogebra.org/material/show/id/195653>



Actividad 1. Actividad de inicio Actividades que forman parte del Andamiaje.

TITULO DE LA ACTIVIDAD	
Derivadas de funciones trigonométricas.	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	• Comprender las razones trigonométricas asociadas al triángulo rectángulo. • Comprender la relación entre los ángulos y los lados de un triángulo rectángulo.
RECURSOS	• Internet. • Lap top. • GeoGebra. • Video proyector. • Video de YouTube “Funciones Trigonómicas en un Triángulo Rectángulo”, en https://youtu.be/-fNkalF1o6k. • Garzón César, “Gráficas Funciones trigonométricas” en GeoGebratube, https://ggbm.at/Pn9QA8Wb. • Aula Virtual de Cálculo Diferencial e Integral https://tuaulavirtual.educatic.unam.mx/course/view.php?id=3170
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	Trabajo previo a la primera clase: 6 horas. El profesor: 1. Hará una búsqueda de recursos sobre el tema en internet, y proporcionará los enlaces correspondientes. 2. Implementará una asesoría extra clase con duración de 6 horas en la Sala Telmex, para que los alumnos conozcan las herramientas básicas del GeoGebra que les permitan construir, graficar y analizar una función. El objetivo es que los alumnos hagan conjeturas sobre la variación de los parámetros de las funciones trigonométricas en relación con su comportamiento gráfico. Los alumnos: 1. Con el propósito de realizar las actividades que el profesor indique, los alumnos deberán descargar en su equipo de cómputo personal el software GeoGebra. 2. Se inscribirán en el Aula Virtual de Cálculo Diferencial e Integral https://tuaulavirtual.educatic.unam.mx/course/view.php?id=3170, con el propósito de hacer un seguimiento de las actividades y de reportar los resultados de las mismas. 3. Accesarán al Aula Virtual y consultará los siguientes enlaces con la intención de recordar las razones trigonométricas del triángulo rectángulo y las gráficas de las funciones trigonométricas:



- Video de YouTube “Funciones Trigonómicas en un Triángulo Rectángulo”, en <https://youtu.be/-fNkaIF1o6k>.
- Garzón César,” Gráficas Funciones trigonométricas” en GeoGebratube, <https://ggbm.at/Pn9QA8Wb>.
- Consultarán el video de la Universidad de Navarra para su exposición en clase, en <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/videos/9derivada2/9derivada2.html>.

Primera clase: 2 horas.

El profesor:

1. Pregunta a los alumnos sobre las dudas que les generaron los dos materiales que consultaron en la red.
2. Utiliza el software GeoGebra para construir las gráficas de las derivadas de las funciones $\sin(x)$ y $\cos(x)$ en la clase.
3. Solicita a los alumnos que descarguen del Aula Virtual de la asignatura, el archivo “Movimiento Vibratorio” con la intención de que los alumnos comprendan el papel que juegan los parámetros en una función trigonométrica.
4. Explicará a los alumnos los objetos matemáticos que contiene el archivo mencionado, señalará la importancia que tiene la variación de los mismos. Mostrará el uso de los deslizadores en el software y les indicará las relaciones que pueden establecerse entre las variables involucradas para que elaboren las conjeturas pertinentes sobre la variación. **Lo anterior con el objeto de mejorar las evidencias de aprendizaje posteriores.**

Los alumnos:

1. Expondrán de manera individual sus dudas sobre el tema de las gráficas y derivadas de las funciones trigonométricas $\sin(x)$ y $\cos(x)$, con base en el video de la Universidad de Navarra, <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/videos/9derivada2/9derivada2.html>.

Trabajo extra clase: 2 horas.

El profesor:

1. Subirá al Aula Virtual el archivo de GeoGebra “Movimiento Vibratorio”. Media hora.

Los alumnos de manera individual:

1. Deberán acceder al Aula Virtual y descargarán el archivo “Movimiento Vibratorio” de GeoGebra.
2. Con el archivo los alumnos deberán mover los deslizadores para obtener diferentes valores en los parámetros de la función trigonométrica dada.
3. Con base en la manipulación del archivo, los alumnos identificarán la relación entre



- los distintos valores de los parámetros y los movimientos de la gráfica de la función.
4. Darán respuesta a los siguientes cuatro incisos planteados en el ejercicio 2:
 - $k=0$, $w=2$ y $A=B=1$
 - $k=0$, $w=2$, $A=2$ y $B=3$
 - $k=1$, $w=1$, $A=B=1$
 - $k=2$, $w=3$, $A=3$ y $B=2$
 5. Se deben agregar presuntas que profundicen en el análisis de la variación. Por ejemplo: Preguntar qué valores deben tener ciertos parámetros para obtener una función trigonométrica que represente un movimiento oscilatorio de tipo senusoidal, o bien de tipo amortiguado o cualquier otro que resulte de interés para el análisis.
 6. Para cada uno de los ejercicios, deberá realizar una captura de pantalla y los enviará al Aula Virtual.

Segunda clase: 2 horas.

El profesor:

1. Abordará las dudas sobre las construcciones de GeoGebra que revisaron los alumnos.
2. Resolverá el cuestionario que contestaron los alumnos en el Aula Virtual, con el objetivo de retroalimentar las conjeturas que realizaron los alumnos.
3. Seleccionará las pantallas de captura enviadas al Aula Virtual que contengan algunos errores, y las que contengan conjeturas relevantes con la finalidad de hacer las aclaraciones pertinentes y consolidar los aprendizajes.

Los alumnos organizados en equipos de cuatro alumnos:

1. Obtendrán las derivadas de las funciones trigonométricas tangente, cotangente, secante y cosecante de un ángulo.
2. Los resultados de los equipos se expondrán en el pizarrón.

Trabajo extra clase: 2 horas.

El profesor:

1. Elaborará la rúbrica para evaluar las capturas de pantalla sobre el movimiento vibratorio. 2 horas.

Los alumnos de manera individual:

1. Descargarán del Aula Virtual el archivo "phospital", y lo revisarán de tarea para discutirse en clase.
2. Consultarán el documento de Alanís M. (y otros), (2006), *Cálculo Diferencial e Integral I. Fascículo 2. La función Derivada*, México, Colegio de Bachilleres los apartados:
 - 1.2.6 Derivadas de Funciones Trigonómicas Directas y Recíprocas.
 - 1.2.7 Derivadas de Funciones Trigonómicas Inversas.

Documento disponible en:

http://www.conevyt.org.mx/bachillerato/material_bachilleres/cb6/5sempdf/cad2pdf/calculo1_fasc2.pdf

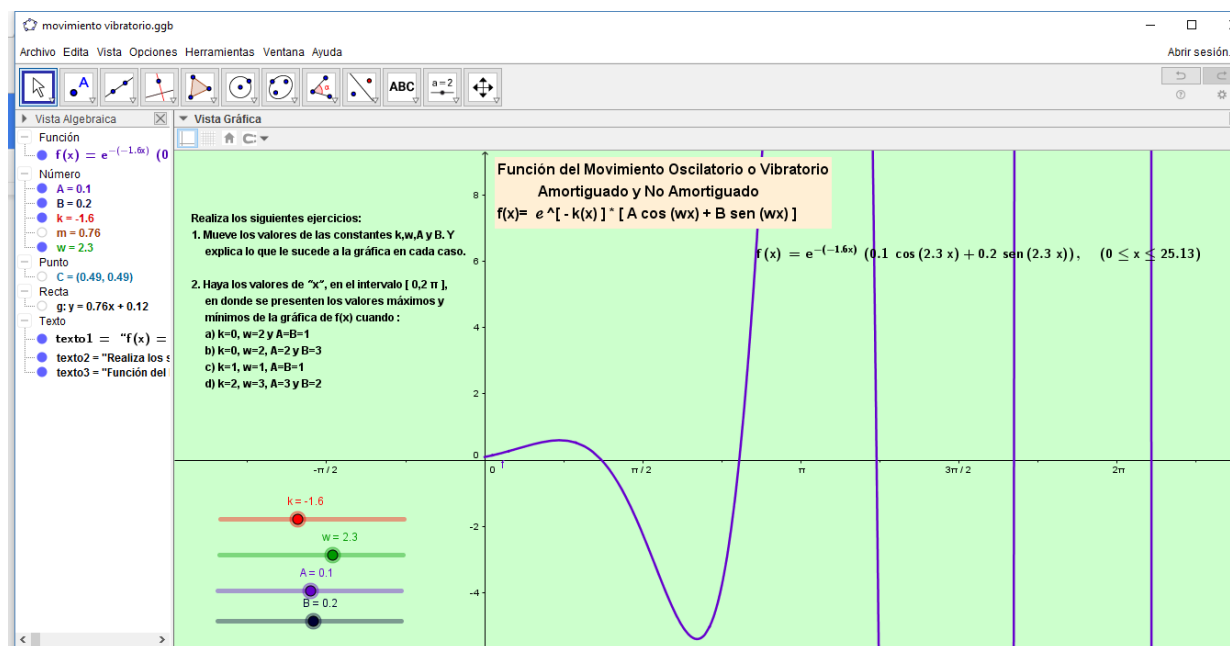


EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	● Participación de los alumnos. ● Capturas de pantalla de los siguientes cuatro incisos planteados: ○ $k=0, w=2$ y $A=B=1$ ○ $k=0, w=2, A=2$ y $B=3$ ○ $k=1, w=1, A=B=1$ ○ d) $k=2, w=3, A=3$ y $B=2$
FORMA DE EVALUACIÓN	Rúbrica para la captura de pantalla de los ejercicios. Registro individual de las participaciones de los alumnos en clase que elaboran una conjetura fundamentada sobre el comportamiento gráfico de la función al mover los deslizadores de los parámetros k, w, A y B .



Anexos:

Figura 1. archivo “Movimiento Vibratorio”.



Anexo 2. Rúbrica de Evaluación de las capturas de pantalla.

Deficiente:	Regular:	Bien:
No se evidencian los aprendizajes adquiridos a partir de la manipulación de los parámetros señalados en el archivo.	Se evidencian sólo algunos aprendizajes adquiridos por la manipulación de los parámetros señalados en el archivo.	Se evidencian los aprendizajes adquiridos por la manipulación de los parámetros señalados en el archivo.
No se escribieron las conclusiones y comentarios sobre la relación que guarda el comportamiento gráfico de la función con el cambio en los valores de los parámetros.	No se escribieron de manera clara o se escribieron de manera incompleta las conclusiones y comentarios sobre la relación que guarda el comportamiento gráfico de la función con el cambio en los valores de los parámetros.	Se escribieron las conclusiones y comentarios de manera clara y completa sobre la relación que guarda el comportamiento gráfico de la función con el cambio en los valores de los parámetros.



Actividad 2. Actividad de desarrollo.

TÍTULO DE LA ACTIVIDAD	
Derivada de funciones trigonométricas. Resolución de problemas en diversos contextos.	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	● Que el estudiante comprenda y analice la información contenida en el problema planteado dentro del contexto dado. ● Que el estudiante comprenda las ventajas que ofrece el uso del software dinámico para “acercarse” a la solución del problema relacionando la variable dependiente “longitud del andador” con la variable independiente “medida del ángulo alfa”. ● Que el estudiante analice las representaciones tabular y gráfica empleando la modelación de la situación geométrica en el contexto de la variación del ángulo alfa.
RECURSOS	● Lap top. ● GeoGebra. ● Video proyector. ● Aula Virtual de Cálculo Diferencial e Integral https://tuaulavirtual.educatic.unam.mx/course/view.php?id=3170
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	Tercera clase: 2 horas. El profesor: 1. Hace el planteamiento del problema, que se presenta en el Anexo 2 de esta actividad. 2. Solicita a los alumnos que establezcan las conjeturas o hipótesis que tiendan a solucionar el problema. Los alumnos en forma individual: 1. Expresarán y fundamentarán sus conjeturas sobre la relación entre el ángulo alfa y la longitud del andador que se pretende construir, con el propósito de modelar la situación propuesta. 2. Deberán hacer el intento por expresar algebraicamente sus conjeturas sobre la relación que debería de existir entre el ángulo alfa y la longitud del andador. Trabajo extra clase: 2 horas. El profesor: 1. Elaborará un nuevo problema sobre la optimización de una función trigonométrica utilizando el software GeoGebra (problema del vertedero). Una hora. Los alumnos en forma individual: 1. Construirán la función trigonométrica que permita solucionar el problema. 2. A partir de la construcción, encontrarán su derivada y el valor de ángulo alfa que minimiza la longitud del andador. 3. Deberán enviar el archivo de esta construcción al Aula Virtual.



EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	Archivo en el que el alumno muestre la función que solucione el problema y desarrolle el procedimiento para minimizar la longitud del andador (criterios de la primera y segunda derivada).
FORMA DE EVALUACIÓN	Rúbrica de evaluación del archivo.

Anexos.

Anexo 1. Rúbrica de evaluación del archivo.

Deficiente.	Regular.	Bien.
El archivo contiene a lo más uno de los siguientes elementos: 1. La función trigonométrica que modela correctamente la situación planteada en el problema. 2. La derivada de dicha función. 3. Las gráficas de las dos funciones anteriores. 4. El procedimiento para obtener el valor mínimo de la longitud del andador (criterios de la primera y segunda derivada).	El archivo contiene al menos dos de los siguientes elementos: 1. La función trigonométrica que modela correctamente la situación planteada en el problema. 2. La derivada de dicha función. 3. Las gráficas de las dos funciones anteriores. 4. El procedimiento para obtener el valor mínimo de la longitud del andador (criterios de la primera y segunda derivada).	El archivo debe contener los siguientes elementos: 1. La función trigonométrica que modela correctamente la situación planteada en el problema. 2. La derivada de dicha función. 3. Las gráficas de las dos funciones anteriores. 4. El procedimiento para obtener el valor mínimo de la longitud del andador (criterios de la primera y segunda derivada).

Anexo 2.

En la esquina formada por dos avenidas muy transitadas, hay un hospital que abarca un área rectangular de terreno, con un frente de 18 metros sobre una de las avenidas y de 32 metros de frente sobre la otra. Los socios del hospital desean habilitar un área de urgencias en una esquina trasera del edificio y para ello se requiere construir un andador en la parte trasera que conecte ambas avenidas y así sea más fácil el ascenso y descenso de los enfermos que son trasladados en ambulancia (ver figura 1). Encontrar una función que relacione la longitud del andador con el ángulo que se forma entre la avenida A y el andador que se propone construir. ¿Cuál será el valor del ángulo que haga mínima la longitud del andador?

Figura 1.



Encontrar una función $L(x)$ que relacione la longitud " L " del andador con el ángulo " x " que se forma entre la avenida A y el andador que se propone construir. ¿Cuál será el valor del ángulo " x " que haga mínima la longitud " L " del andador?



Actividad 3. Actividad de cierre

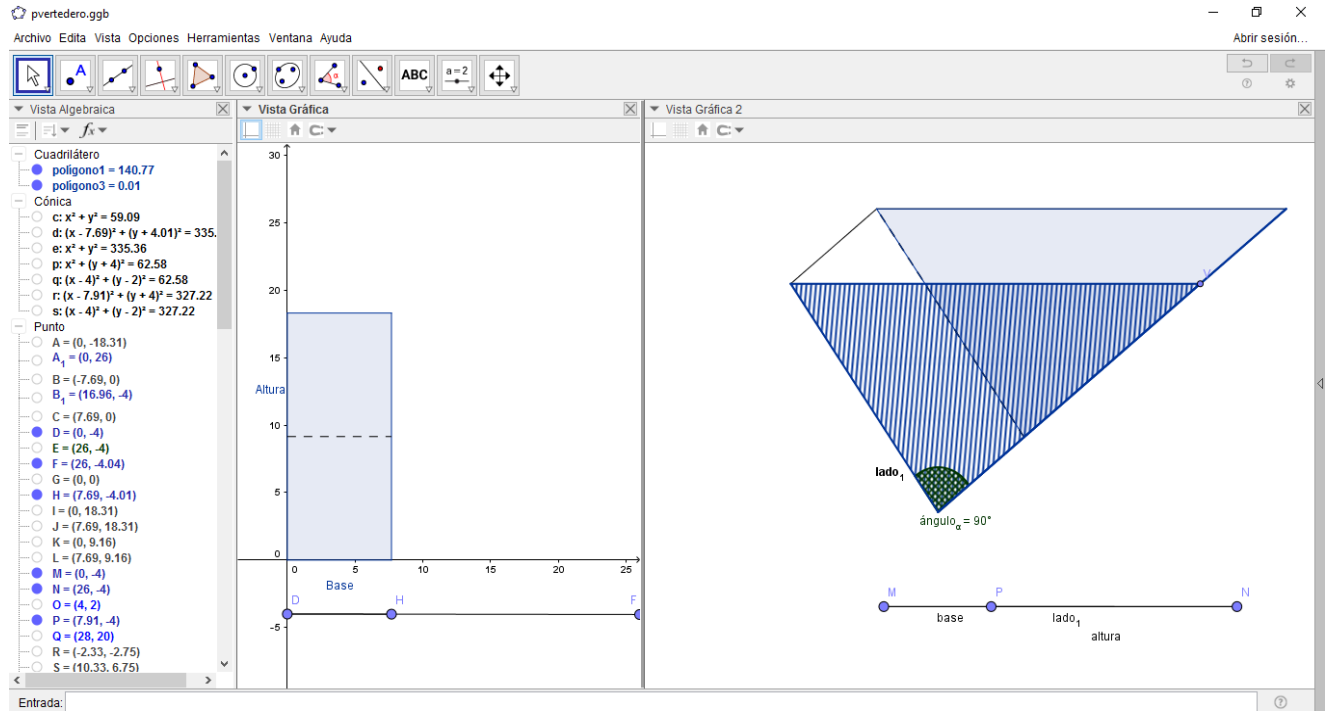
TITULO DE LA ACTIVIDAD	
Consolidación de los aprendizajes adquiridos sobre las funciones trigonométricas y su aplicación en diversos contextos.	
OBJETIVO DE APRENDIZAJE	• Que el estudiante aplique el procedimiento para calcular los máximos y mínimos de una función, en una situación nueva. • Que el estudiante modele la situación presentada utilizando las funciones trigonométricas. • Que el estudiante comprenda e interprete el significado de la primera y segunda derivada en el contexto del problema dado.
RECURSOS	• Lap top. • GeoGebra. • Video proyector. • Aula Virtual de Cálculo Diferencial e Integral https://tuaulavirtual.educatic.unam.mx/course/view.php?id=3170
DESCRIPCIÓN DE LAS ACTIVIDADES	
TAREAS EN EL ORDEN EN QUE SE REALIZAN	Cuarta clase: 2 horas. El profesor: 1. El profesor realizará un análisis sobre la primera y segunda derivada de la función $L(x)$. Empleando las gráficas correspondientes y el procedimiento para obtener los puntos críticos y los valores máximos y mínimos de la función. 2. El profesor solicitará a los alumnos resuelvan los siguientes ejercicios de manera escrita. • <i>Ejercicio 1.</i> Utilizando el problema descrito originalmente encontrar el costo mínimo del andador si suponemos que los materiales de construcción subieron un 20% más sobre el costo inicial de \$150,000.00 que se invirtieron hasta el momento en que sólo se había construido la mitad del andador y no se tenía material en reserva. • <i>Ejercicio 2.</i> Encuentra la función que permite generalizar la situación hipotética del ejercicio 1, es decir, que el material suba de precio en 20% sobre un costo inicial dado. 3. Expondrá un nuevo problema haciendo uso del GeoGebra. 4. El problema se encuentra en la figura 1 del anexo. 5. Solicitará a los alumnos que hagan sus conjeturas o hipótesis que tiendan a resolverlo.



	Los alumnos: 1. Participarán de manera individual estableciendo de manera fundamentada las conjeturas e hipótesis que promuevan la solución del nuevo problema. Trabajo extra clase: 2 horas. Evaluación del tema. Los alumnos organizados por equipos de cuatro alumnos: 1. Construirán una representación gráfica del problema, utilizando el software GeoGebra que simule la variación del volumen del vertedero en términos del ángulo “alfa”. 2. Utilizando la hoja de cálculo del GeoGebra y señalando los valores que corresponden al lado 1 y a la base del triángulo rectángulo en relación con los valores del ángulo “alfa”, calcularán el valor de dicho ángulo que haga que el volumen del vertedero sea el máximo. 3. Elaborarán un archivo con la solución del problema utilizando una función trigonométrica y el procedimiento para maximizar el volumen del vertedero. 4. Harán el envío al aula virtual.
EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE DEL ALUMNO	Archivo en el que el alumno muestre la función que solucione el problema y desarrolle el procedimiento para maximizar el volumen del vertedero (criterios de la primera y segunda derivada).
FORMA DE EVALUACIÓN	Rúbrica de evaluación del archivo.



Anexo 1. Figura archivo “pvertedero”.





Anexo 2. Rúbrica de evaluación del archivo.

Deficiente.	Regular.	Bien.
El archivo contiene a lo más dos de los siguientes elementos: 1. La función trigonométrica que modela correctamente la situación planteada en el problema. 2. La derivada de dicha función. 3. Las gráficas de las dos funciones anteriores. 4. El procedimiento para obtener el valor máximo del volumen del vertedero (criterios de la primera y segunda derivada). 5. Interpretación y conclusión de los resultados obtenidos en el procedimiento anterior.	El archivo contiene al menos tres de los siguientes elementos: 1. La función trigonométrica que modela correctamente la situación planteada en el problema. 2. La derivada de dicha función. 3. Las gráficas de las dos funciones anteriores. 4. El procedimiento para obtener el valor máximo del volumen del vertedero (criterios de la primera y segunda derivada). 5. Interpretación y conclusión de los resultados obtenidos en el procedimiento anterior.	El archivo debe contener los siguientes elementos: 1. La función trigonométrica que modela correctamente la situación planteada en el problema. 2. La derivada de dicha función. 3. Las gráficas de las dos funciones anteriores. 4. El procedimiento para obtener el valor máximo del volumen del vertedero (criterios de la primera y segunda derivada). 5. Interpretación y conclusión de los resultados obtenidos en el procedimiento anterior.