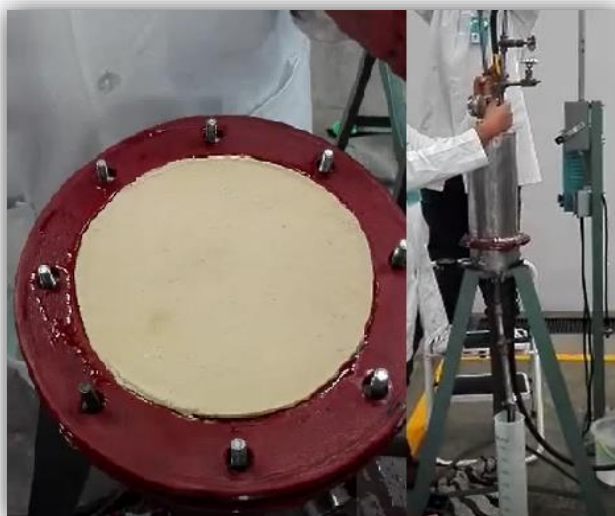




UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES CUAUTITLÁN
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA Y TECNOLOGÍA
SECCIÓN DE INGENIERÍA EN ALIMENTOS

MANUAL DE PROBLEMAS RESUELTOS Y PROPUESTOS DE FILTRACIÓN



María del Carmen Valderrama Bravo

Trabajo realizado con el apoyo del programa UNAM-DGAPA PAPIIME PE106219



Atribución-NoComercial-CompartirIgual
CC BY-NC-SA

Marzo 2021

CONTENIDO

PRÓLOGO	4
INTRODUCCIÓN	5
1.FORMULARIO DE FILTRACIÓN	6
1.1 Ecuaciones para filtración	7
1.1.a Filtración intermitente a presión constante sin precapa	7
1.1.b Filtración intermitente a velocidad de flujo constante sin precapa	8
1.1.c Ecuaciones para evaluar índice de compresibilidad de la torta	8
1.1.d Ecuaciones de filtración intermitente a presión constante con precapa	8
2. PROBLEMAS DE CONCENTRACIONES	9
3. FILTRACIÓN INTERMITENTE A PRESIÓN CONSTANTE SIN PRECAPA	13
3.1 Problemas sin dosificación	13
3.2 Problemas con dosificación	19
3.3. Cálculo de índice de compresibilidad	26
4. FILTRACIÓN INTERMITENTE A VELOCIDAD DE FLUJO CONSTANTE SIN PRECAPA	32
5. ESCALAMIENTO A UN FILTRO PRENSA	37
6. FILTRACIÓN INTERMITENTE A PRESIÓN CONSTANTE CON PRECAPA	40
7. PROBLEMAS PROPUESTOS DE FILTRACION SIN Y CON PRECAPA	48
ANEXO 1. CONVERSIÓN DE UNIDADES	53
BIBLIOGRAFÍA	54

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Formulario de concentraciones, tiempo y capacidades de filtración	6
Tabla 2. Ecuaciones para filtración intermitente a presión constante sin precapa	7
Tabla 3. Ecuaciones para filtración intermitente a velocidad de flujo constante sin precapa	8
Tabla 4. Ecuaciones para evaluar índice de compresibilidad de la torta	8
Tabla 5. Determinación de α y Rm con precapa	8
Tabla 6. Datos de filtración a ΔP constante sin dosificación	13
Tabla 7. Datos para obtener α y Rm de filtración intermitente a presión constante	15
Tabla 8. Datos para el cálculo de α y Rm del problema 1	16
Tabla 9. Datos de filtración del problema 4	20
tabla 10. Datos en excel para el cálculo de α y Rm del problema 4 parte 1	23
Tabla 11. Datos en excel para el cálculo de α y Rm del problema 4 parte 2	23
Tabla 12. Datos en excel para el cálculo de α y Rm del problema 4 parte 3	24
Tabla 13. Datos en excel para el cálculo de α y Rm del problema 4 parte 4	24
Tabla 14. Datos en excel para trazar gráfico del problema 4	25
Tabla 15. Datos de néctar de durazno en filtro prensa problema 5	27
Tabla 16. Resumen de datos de α y Rm del problema 5	27
Tabla 17. Datos de filtración de suspensión en filtro prensa	37
Tabla 18. Datos de $\Delta t/\Delta v$ de suspensión en filtro prensa	37
Tabla 19. Datos para calcular Ae de suspensión en filtro prensa	38
Tabla 20. Filtración para formar precapa	40
Tabla 21. Filtración de suspensión	41
Tabla 22. Datos de volumen suspensión en filtro prensa para cálculo de pendiente	44
Tabla 23. Datos de volumen suspensión en filtro prensa para cálculo de R^2	44
Tabla 24. Datos de V_f de suspensión en filtro prensa.	46
Tabla 25. Datos de V_f^2 suspensión en filtro prensa	46
Tabla 26. Datos de volumen suspensión de mango.	48
Tabla 27. Datos de volumen y tiempo para néctar de mango	48
Tabla 28. Datos de volumen y tiempo de suspensión de almidón	49
Tabla 29. Datos de ΔP de suspensión de $CaCO_3$	50
Tabla 30. Datos de tiempo y volumen de filtración de tierra diatomea.	51
Tabla 31. Datos de volumen y tiempo de suspensión de manzana	52

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Esquema general del manual	5
Figura 2. Obtención de α y Rm para filtración intermitente a presión constante	14
Figura 3. Filtro prensa	26
Figura 4. Ejemplo de selección de gráficos en Excel	28
Figura 5. Gráfico para determinación de compresibilidad de la torta	28
Figura 6. Ejemplo de cálculo de parámetros de regresión en Excel	29
Figura 7. Ejemplo de selección de decimales en parámetros de gráficos en Excel	29
Figura 8. Ejemplo de selección de gráficos en Excel	30
Figura 9. Gráficos para determinación de compresibilidad de la torta por logaritmos	30
Figura 10. Ejemplo de selección de tipo de línea de tendencia para gráficos en Excel	31
Figura 11. Filtración intermitente a velocidad de flujo constante	32
Figura 12. Celda de filtración a presión constante	40
Figura 13. Obtención de flujo volumétrico a través de la precapa	44
Figura 14. Obtención de α para filtración intermitente a presión constante con precapa	45

PRÓLOGO

Filtración es la operación unitaria en la que por medio de una fuerza positiva o negativa, principalmente presión, un sólido contenido en una suspensión que pasa a través de un medio poroso es separado del líquido.

El objetivo del presente manual es facilitar a los estudiantes de Ingeniería en Alimentos que cursan la asignatura de Procesos del Manejo Mecánico de Sólidos, la resolución de problemas de filtración intermitente.

En este manual se ofrece una alternativa diferente de aprender y enseñar asignaturas del área de ingeniería, ya que se orienta al fortalecimiento de la enseñanza, empleando la hoja de cálculo Excel para que al estudiante se le puedan facilitar los cálculos, y también que corrobore el resultado de los ejercicios. Tal tendencia se identifica con los avances tecnológicos como un valioso recurso capaz de acompañar a la enseñanza de la ingeniería en cualquier etapa de su formación.

En tiempos actuales la enseñanza presencial ha tenido que impartirse de forma virtual por lo que los estudiantes requieren de un material didáctico que los conduzca de forma ordenada al aprendizaje significativo del tema de filtración.

Mi agradecimiento por el apoyo brindado al Departamento de Ingeniería y Tecnología, Sección Ingeniería en Alimentos de la Facultad de Estudios Superiores Cuautitlán y a la Dirección General de Asuntos del Personal Académico a través del Proyecto **PAPIME clave PE106219**.

Así mismo agradezco a la Dra. María Eugenia Ramírez Ortiz (Jefa de la sección de Ingeniería en Alimentos) por el apoyo y facilidades para la realización del manual. También externo mi reconocimiento al comité evaluador por las observaciones realizadas al manual.

Esta obra es dedicada a los estudiantes, por ser el elemento más noble en la enseñanza ya que sin alumnos no existen profesores y juntos cada día enaltece nuestra Universidad.

La autora

INTRODUCCIÓN

Este material didáctico surge para apoyar el trabajo que se realiza en la clase de Procesos de Manejo Mecánico de Sólidos, contiene un formulario donde se concentran todas las ecuaciones que se utilizan en cada caso de estudio y se ejemplifica cálculos de concentración de suspensión, líquido puro y filtrado. También se ejemplifica como calcular la cantidad de ayuda filtro necesario para utilizarse (dosificación). Se ejemplifica la resolución de problemas de filtración intermitente a presión y flujo volumétrico constante sin precapa para el cálculo de resistencias específica de la torta y medio filtrante. Se muestran problemas de escalamiento de área, presión y tiempo de filtración. Para reforzar los conocimientos previos para la asignatura de LEM II, se incluyen problemas de filtración intermitente con precapa. Se proponen problemas de filtración para que el estudiante los resuelva. Finalmente, se incluye en un anexo factores de conversión y bibliografía para que el estudiante cuente con material de apoyo.

Es importante resaltar que el material apoya lo que se realiza en clase, para que el alumno tenga a la mano problemas similares a los resueltos en clase y pueda consultar en el momento que le sea necesario. En la Figura 1 se muestra un esquema de la organización del manual.

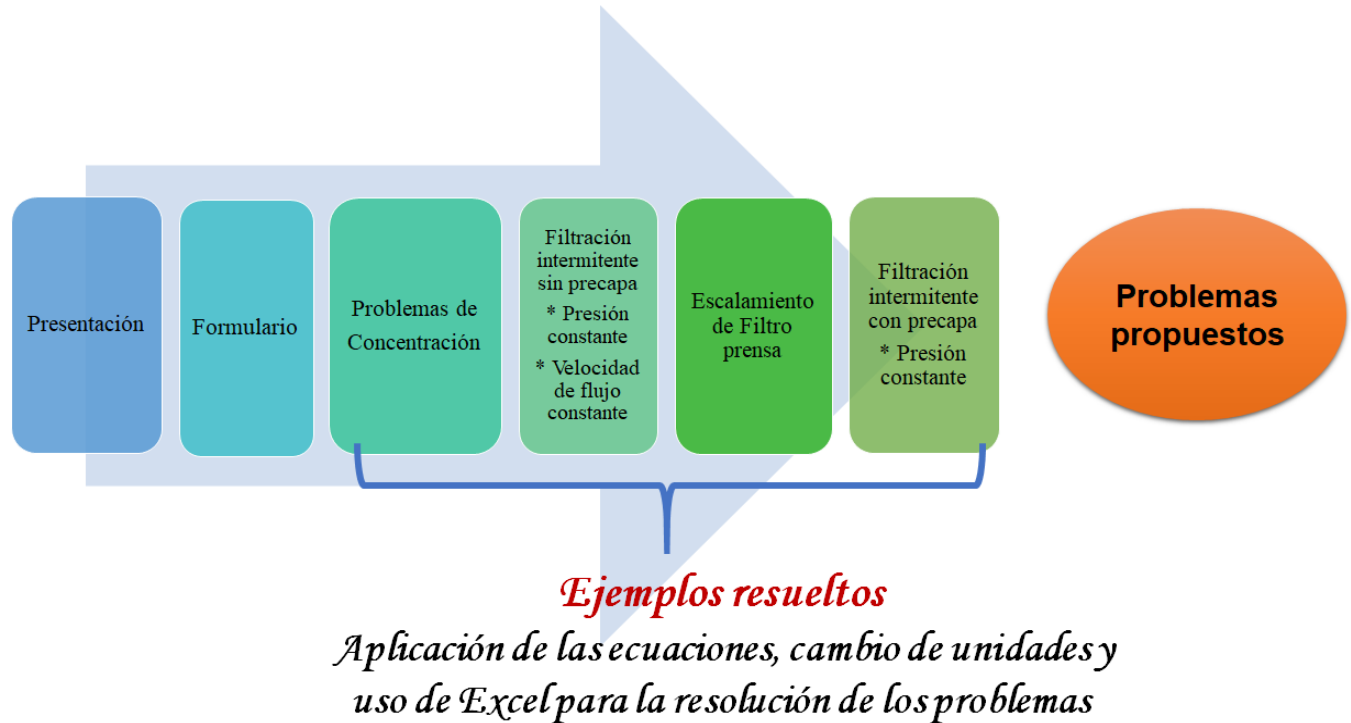


Figura 1. Esquema general del manual

1.FORMULARIO DE FILTRACIÓN

Tabla 1. Formulario de concentraciones, tiempo y capacidades de filtración

Concentración de sólidos secos respecto al volumen de filtrado	$C = \frac{\text{kg sólidos en suspensión}}{\text{m}^3 \text{ filtrado}}$		
Concentración de sólidos respecto al volumen de líquido puro	$C_F = \frac{\text{kg sólidos en suspensión}}{\text{m}^3 \text{ agua pura}}$		
Concentración de sólidos respecto a la suspensión	$C_s = \frac{\text{kg sólidos en suspensión}}{100 \text{ kg sólidos suspensión}} \text{ (concentración en peso)}$ $C_s = \frac{\text{kg sólidos en suspensión}}{\text{m}^3 \text{ suspensión}}$		
Ecuación	Terminología y unidades		
$C = \frac{C_F}{1 - \frac{C_F}{M_t \rho_f}} \quad \text{Ec. 1}$	C = Concentración de sólidos respecto al volumen del filtrado [=] kg/m^3 C_F = Concentración de sólidos respecto al volumen del líquido [=] kg/m^3 M_t = Relación de sólidos en la torta respecto al líquido de la torta ρ_f = Densidad de filtrado [=] kg/m^3		
$M_t = \frac{Xt}{1 - Xt} \quad \text{Ec. 2}$	Xt = Fracción de sólidos en la torta		
$Mts = C V_f \quad \text{Ec. 3}$	Mts = Masa de la torta seca [=] kg V_f = Volumen de filtrado [=] m^3		
$t_c = t_f + t_a \quad \text{Ec. 4}$	t_c = Tiempo del ciclo de filtración [=] s t_f = Tiempo de filtración [=] s t_a = Tiempo de operaciones auxiliares [=] s		
$t_a = t_e + t_l + t_s + t_m \quad \text{Ec. 5}$	t_c = Tiempo del ciclo [=] s t_f = Tiempo de filtrado [=] s t_a = Tiempo auxiliar [=] s t_e = Tiempo de escurrido [=] s t_l = Tiempo de lavado [=] s t_s = Tiempo de secado [=] s t_m = Tiempo de desarmar, extraer la torta, limpieza [=] s		
$Q = \frac{V_f}{t_f} \quad \text{Ec. 6}$	Q = Capacidad de filtración o flujo volumétrico [=] m^3/s V_f = Volumen de filtrado [=] m^3 t_f = Tiempo de filtración [=] s		
$Q_c = \frac{V_f}{t_c} \quad \text{Ec. 7}$	Q_c = Capacidad del ciclo filtración o flujo volumétrico [=] m^3/s V_f = Volumen de filtrado [=] m^3 t_c = Tiempo del ciclo de filtración [=] s		
$Q_A = \frac{V_f}{t_f A} \quad \text{Ec. 8}$	Q_A = Capacidad del ciclo filtración por unidad de área [=] m/s V_f = Volumen de filtrado [=] m^3 t_f = Tiempo del ciclo de filtración [=] s A = Área de filtración [=] m^2		

1.1 Ecuaciones Para Filtración

1.1.a Filtración Intermitente A Presión Constante Sin Precapa

Tabla 2. Ecuaciones para filtración intermitente a presión constante sin precapa

Ecuación		Terminología y unidades	
$\frac{\Delta t}{\Delta V} = \frac{\mu \alpha C \bar{V}}{(\Delta P) A^2} + \frac{\mu R m}{(\Delta P) A}$	Ec.9	$\bar{V}$ = Volumen medio	[=] m^3
$\Delta t = t_2 - t_1$	Ec.10	Δt = Incremento de tiempo	[=] s
		ΔV = Incremento de volumen	[=] m^3
		ΔP = Caída de Presión	[=] Pa
		A = Área filtración	[=] m^2
$\Delta V = V_2 - V_1$	Ec.11	C = Concentración de sólidos respecto al filtrado	[=] kg/m^3
		α = Resistencia específica de la torta	[=] m/kg
		Rm = Resistencia específica del medio filtrante	[=] m^{-1}
		μ = Viscosidad	[=] $Pa \cdot s$
$\bar{V} = \frac{V_2 - V_1}{2}$	Ec.12	V_2 = Volumen dos	[=] m^3
		V_1 = Volumen uno	[=] m^3
		t_2 = Tiempo dos	[=] s
		t_1 = Tiempo uno	[=] s
$\frac{\Delta t}{\Delta V} = m \bar{V} + b$	Ec.13	m = Pendiente	[=] m/s^6
		b = Ordenada al origen	[=] m/s^3
$m = \frac{\mu \alpha C}{(\Delta P) A^2}$	Ec.14	ΔP = Caída de Presión	[=] Pa
		A = Área filtración	[=] m^2
		C = Concentración de sólidos respecto al filtrado	[=] kg/m^3
		α = Resistencia específica de la torta	[=] m/kg
		μ = Viscosidad	[=] $Pa \cdot s$
$b = \frac{\mu R m}{(\Delta P) A}$	Ec.15	ΔP = Caída de Presión	[=] Pa
		A = Área filtración	[=] m^2
		Rm = Resistencia específica del medio filtrante	[=] m^{-1}
		μ = Viscosidad	[=] $Pa \cdot s$
$t_f = \frac{\mu \alpha C V_f^2}{2(\Delta P) A^2} + \frac{\mu R m V_f}{(\Delta P) A}$	Ec.16	V_f = Volumen de filtrado	[=] m^3
		t_f = Tiempo del ciclo de filtración	[=] s
		ΔP = Caída de Presión	[=] Pa
		A = Área filtración	[=] m^2
		C = Concentración de sólidos respecto al filtrado	[=] kg/m^3
		α = Resistencia específica de la torta	[=] m/kg
		Rm = Resistencia específica del medio filtrante	[=] m^{-1}
		μ = Viscosidad	[=] $Pa \cdot s$
$t_{fe} = \frac{m}{2} \left[\frac{A^2 (\Delta P)}{Ae^2 (\Delta Pe)} \right] V_f^2 + b \left[\frac{A (\Delta P)}{Ae (\Delta Pe)} \right] V_f$	Ec.17	t_{fe} = Tiempo de filtración escalado	[=] s
		Ae = Área de filtración escalada	[=] m^2
		ΔPe = Caída de presión escalada	[=] Pa

1.1.b Filtración Intermitente a Velocidad de Flujo Constante sin Precapa

Tabla 3. Ecuaciones para filtración intermitente a velocidad de flujo constante sin precapa

Ecuación	Terminología y unidades
$\Delta P = \frac{\mu \alpha C Q^2}{2A^2} t_f + \frac{\mu RmQ}{A}$ Ec.18	ΔP = Caída de Presión [=] Pa A = Área filtración [=] m ² C = Concentración de sólidos respecto al filtrado [=] kg/m ³ α = Resistencia específica de la torta [=] m/kg Rm = Resistencia específica del medio filtrante [=] m ⁻¹ μ = Viscosidad [=] Pa s Q = Capacidad de filtración o flujo volumétrico [=] m ³ /s
$\Delta P = m t_f + b$ Ec.19	m = Pendiente [=] Pa/s b = Ordenada al origen [=] Pa
$m = \frac{\mu \alpha C Q^2}{2A^2}$ Ec.20 $b = \frac{\mu RmQ}{A}$ Ec.21	A = Área filtración [=] m ² C = Concentración de sólidos respecto al filtrado [=] kg/m ³ α = Resistencia específica de la torta [=] m/kg Rm = Resistencia específica del medio filtrante [=] m ⁻¹ μ = Viscosidad [=] Pa s Q = Capacidad de filtración o flujo volumétrico [=] m ³ /s

1.1.c Ecuaciones para evaluar Índice de Compresibilidad de la Torta

Tabla 4. Ecuaciones para evaluar índice de compresibilidad de la torta

$\alpha = \alpha_o (\Delta P)^s$ Ec.22	α = Resistencia específica de la torta [=] m/kg
$\log \alpha = \log \alpha_o + s \log (\Delta P)$ Ec.23	α_o = Resistencia de la torta al inicio del depósito de sólidos [=] m/kg
	ΔP = Caída de Presión [=] Pa
	s = Índice de compresibilidad

1.1.d Ecuaciones de Filtración Intermitente a Presión Constante con Precapa

Tabla 5. Determinación de α y Rm con precapa

$t_f = \left(\frac{\mu \alpha C}{2 \Delta P A^2} \right) V_f^2 + \frac{V_f}{q}$ Ec.24	ΔP = Caída de Presión [=] Pa A = Área filtración [=] m ² C = Concentración de sólidos respecto al filtrado [=] kg/m ³ α = Resistencia específica de la torta [=] m/kg q = Flujo volumétrico a través de la precapa [=] m ³ /s μ = Viscosidad [=] Pa s V_f = Volumen de filtrado [=] m ³ t_f = Tiempo de filtrado [=] s
$\left(t_f - \frac{V_f}{q} \right) = \left(\frac{\mu \alpha C}{2 \Delta P A^2} \right) V_f^2$ Ec.25	
$Rm = \frac{A \Delta P}{q \mu}$ Ec.26	ΔP = Caída de Presión [=] Pa A = Área filtración [=] m ² q = Flujo volumétrico a través de la precapa [=] m ³ /s μ = Viscosidad [=] Pa s Rm = Resistencia específica del medio filtrante [=] m ⁻¹
$A_{fp} = 2L^2 * \#Marcos$ Ec.27	A_{fp} = Área de filtración de un filtro prensa [=] m ² L = Longitud del marco [=] m

2. PROBLEMAS DE CONCENTRACIONES

1) Una suspensión de almidón tiene una concentración del 16% en peso, y densidad (ρ_{sus}) de 1395 kg/m^3 . Obtener lo siguiente:

a) Concentración de sólidos respecto a la suspensión (C_s) en (kg/m^3)

La C_s también puede representarse como concentración en peso (ver tabla 1):

$$C_s = \frac{\text{kg sólidos en suspensión}}{100 \text{ kg sólidos suspensión}}$$

Con los datos del problema se tiene:

$$C_s = \frac{16 \text{ kg de sólidos}}{100 \text{ kg suspensión}}$$

Para obtener C_s en las unidades requeridas, se multiplica por la densidad para cancelar las unidades de kg suspensión .

$$C_s = \left(\frac{16 \text{ kg de sólidos}}{100 \text{ kg suspensión}} \right) \left(\frac{1395 \text{ kg suspensión}}{1 \text{ m}^3 \text{ suspensión}} \right)$$

$$C_s = 223.2 \text{ kg/m}^3$$

b) Concentración de sólidos respecto al líquido puro (C_F), si la densidad del agua (ρ_l) es de 980 kg/m^3 .

Con los datos del problema se tiene:

$$C_s = \frac{16 \text{ kg de sólidos}}{100 \text{ kg suspensión}}$$

La ecuación también se puede expresar como:

$$C_s = \frac{16 \text{ kg de sólidos}}{84 \text{ kg agua pura} + 16 \text{ kg sólidos}}$$

Para calcular C_F , que es la concentración de sólidos respecto al agua pura, se puede extraer de C_s lo que se requiere:

$$C_F = \frac{16 \text{ kg de sólidos}}{84 \text{ kg agua pura}}$$

Para obtener C_F , en las unidades requeridas, se multiplica por la densidad del agua (ρ_l).

$$C_F = \left(\frac{16 \text{ kg de sólidos}}{84 \text{ kg agua pura}} \right) \left(\frac{980 \text{ kg agua pura}}{1 \text{ m}^3 \text{ de agua}} \right)$$

$$C_F = 186.6667 \text{ kg/m}^3$$

- a) Concentración de sólidos respecto al filtrado (C) si la densidad del filtrado (ρ_f) es de 1030 kg/m^3 y la humedad de la torta 38%. La ecuación 1 de la tabla 1 para calcular C , es:

$$C = \frac{C_F}{1 - \frac{C_F}{M_t \rho_f}} \quad \text{Ec.1}$$

De la ecuación (1) para obtener C , falta calcular la relación de sólidos de la torta respecto al líquido en la torta, que en el formulario se obtiene de la tabla 1:

$$M_t = \frac{X_t}{1 - X_t} \quad \text{Ec.2}$$

Donde X_t , representa la fracción de sólidos en la torta.

En el problema no dan la fracción de sólidos en la torta, pero se tiene una humedad del 38%, que expresado en fracción es 0.38. Entonces el valor de X_t se obtiene:

$$X_t = 1 - 0.38$$

$$\mathbf{X_t = 0.62}$$

Sustituyendo el valor en la ecuación 2:

$$M_t = \frac{0.62}{1 - 0.62}$$

$$\mathbf{M_t = 1.6316}$$

Sustituyendo los datos calculados en la ecuación (1) de C , se tiene:

$$C_F = 186.6667 \text{ kg/m}^3 \quad \text{y} \quad \rho_f = 1030 \text{ kg/m}^3$$

$$C = \frac{186.6667 \text{ kg/m}^3}{1 - \frac{186.6667 \text{ kg/m}^3}{(1.6316)(1030 \text{ kg/m}^3)}}$$

Realizando el análisis de unidades:

$$C = \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 - \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

Por lo tanto, el resultado es:

$$\mathbf{C = 209.9914 \text{ kg/m}^3}$$

- b) Si se adiciona a la suspensión de almidón tierra diatomea como dosificación en una proporción de 1: 0.30, determinar la concentración de sólidos respecto al filtrado si la densidad del líquido puro es de 980 kg/m^3 , densidad del filtrado 1040 kg/m^3 y la humedad de la torta 39%.

La relación de 1: 0.30 indica que por cada kg de sólidos de la suspensión se adicionan 0.30 kg de tierra diatomea. Entonces si partimos de C_s :

$$C_s = \frac{16 \text{ kg de sólidos}}{100 \text{ kg suspensión}}$$

Esto muestra que hay 16 kg de sólidos en la suspensión, entonces este valor se multiplica por la relación de dosificación que se va a agregar.

$$16 \text{ kg sólidos} \left(\frac{0.30 \text{ kg de tierra}}{1 \text{ kg de sólidos}} \right)$$

Por lo tanto, se adicionan 4.8 kg de tierra a la suspensión.

La modificación se va a realizar en C_s al sumar los sólidos de la tierra.

$$C_s = \frac{16 \text{ kg de sólidos} + 4.8 \text{ kg de tierra}}{100 \text{ kg suspensión} + 4.8 \text{ kg de tierra}}$$

La ecuación al sumar queda:

$$C_s = \frac{20.8 \text{ kg de sólidos}}{104.8 \text{ kg suspensión}}$$

La ecuación también se puede expresar como:

$$C_s = \frac{20.8 \text{ kg de sólidos}}{84 \text{ kg agua pura} + 20.8 \text{ kg sólidos}}$$

Para poder calcular C , se requiere C_F , que es la concentración de sólidos respecto al agua pura. Por consiguiente, de C_s , se puede extraer lo que se requiere:

$$C_F = \frac{20.8 \text{ kg de sólidos}}{84 \text{ kg agua pura}}$$

Y para obtener en las unidades requeridas se multiplica por la densidad del líquido 980 kg/m^3 .

$$C_F = \left(\frac{20.8 \text{ kg de sólidos}}{84 \text{ kg agua pura}} \right) \left(\frac{980 \text{ kg de agua pura}}{1 \text{ m}^3 \text{ de agua pura}} \right)$$

$$C_F = 242.6667 \text{ kg/m}^3$$

El cálculo de C es con la ecuación 1:

$$C = \frac{C_F}{1 - \frac{C_F}{M_t \rho_f}} \quad \text{Ec.1}$$

De la ecuación para obtener C , falta calcular la relación de sólidos de la torta respecto al líquido en la torta, que en el formulario de la tabla 1 se obtiene la ecuación 2:

$$M_t = \frac{X_t}{1 - X_t} \quad \text{Ec.2}$$

Donde X_t , representa la fracción de sólidos en la torta.

En el problema no dan la fracción de sólidos en la torta, pero se tiene una humedad del 39%, que expresado en fracción es 0.39. Entonces el valor de X_t se obtiene:

$$X_t = 1 - 0.39$$

$$X_t = 0.61$$

Sustituyendo el valor en la ecuación 2:

$$M_t = \frac{0.61}{1 - 0.61}$$

$$M_t = 1.5641$$

Sustituyendo los datos ya calculados en la ecuación 1, de C , se tiene:

$$C_F = 224.8380 \text{ kg/m}^3 \quad \text{y} \quad \rho_f = 1040 \text{ kg/m}^3$$

$$C = \frac{242.6667 \text{ kg/m}^3}{1 - \frac{242.6667 \text{ kg/m}^3}{(1.5641)(1040 \text{ kg/m}^3)}}$$

Realizando el análisis de unidades, se tiene:

$$C = \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 - \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

$$C = 285.2153 \text{ kg/m}^3$$

3. FILTRACIÓN INTERMITENTE A PRESIÓN CONSTANTE SIN PRECAPA

3.1 Problemas sin dosificación

1) Se registraron datos de filtración a ΔP constante de una suspensión en un filtro de laboratorio el cual opera con una $\Delta P = 530 \text{ g}_f/\text{cm}^2$. El área de filtración es de 155 cm^2 , la concentración de la suspensión $C_s = 175 \text{ kg}/\text{m}^3$, la humedad de la torta 38%, la densidad de la suspensión $\rho_{sus} = 1435 \text{ kg}/\text{m}^3$, densidad de agua pura $\rho_l = 990 \text{ kg}/\text{m}^3$, densidad del filtrado $\rho_f = 1190 \text{ kg}/\text{m}^3$ y la viscosidad del filtrado $\mu = 1.9 \text{ cP}$. Calcular α y Rm .

Tabla 6. Datos de Filtración a ΔP constante sin dosificación

$t(s)$	$V(L)$
0	0
24	2.5
71	5.0
146	7.5
244	10.0
350	12.5
480	15.0
620	17.5
800	20.0
1010	22.5
1280	25.0

Para la solución del problema se va a ocupar la ecuación 9 de la tabla 2 para filtración intermitente a presión constante:

$$\frac{\Delta t}{\Delta V} = \frac{\mu \alpha C \bar{V}}{(\Delta P) A^2} + \frac{\mu R m}{(\Delta P) A} \quad \text{Ec.9}$$

$\bar{V}$ = Volumen medio	[=] m^3
Δt = Incremento de tiempo	[=] s
ΔV = Incremento de volumen	[=] m^3
ΔP = Caída de Presión	[=] Pa
A = Área filtración	[=] m^2
C = Concentración de sólidos respecto al filtrado	[=] kg/m^3
α = Resistencia específica de la torta	[=] m/kg
Rm = Resistencia específica del medio filtrante	[=] m^{-1}
μ = Viscosidad	[=] Pa s

De la ecuación 9, se obtiene la pendiente y ordenada al origen, como se indica en la figura 2.

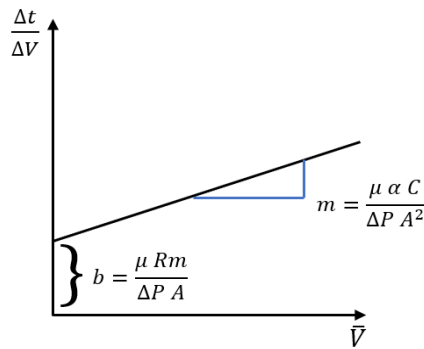


Figura 2. Obtención de α y Rm para filtración intermitente a presión constante

Lo primero que se realizará es hacer la conversión de unidades al Sistema Internacional de ΔP (Ver anexo 1), A y μ .

$$\Delta P = 530 \frac{\cancel{gf}}{\cancel{cm^2}} \left(\frac{98.0392 \text{ Pa}}{1 \cancel{gf/cm^2}} \right)$$

$$\Delta P = 51960.776 \text{ Pa}$$

$$A = 155 \cancel{cm^2} \left(\frac{1m^2}{10000 \cancel{cm^2}} \right)$$

$$A = 0.0155 \text{ m}^2$$

$$\mu = 1.9 \cancel{cP} \left(\frac{1 \times 10^{-3} \text{ Pa s}}{1 \cancel{cP}} \right)$$

$$\mu = 1.9 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$$

Los datos de volumen de la tabla, expresado en litros se deberán convertir a m^3 .

El factor de conversión es el siguiente:

$$1 \cancel{L} \left(\frac{1 \text{ m}^3}{1000 \cancel{L}} \right)$$

Posteriormente se calculará C con la ecuación 1.

En el problema se indican los valores de $C_s = 175 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_{sus} = 1435 \text{ kg/m}^3$, entonces se procede a calcular C_s como concentración en peso para obtener C_F .

$$C_s = 175 \frac{\text{kg solidos}}{1 \cancel{m^3 \text{ suspensión}}} \left(\frac{1 \cancel{m^3 \text{ suspensión}}}{1435 \text{ kg suspensión}} \right)$$

$$C_s = 0.1219 \frac{\text{kg solidos}}{\text{kg suspensión}}$$

La ecuación también se puede expresar como:

$$C_s = \frac{0.1219 \text{ kg de sólidos}}{0.8781 \text{ kg agua pura} + 0.1219 \text{ kg sólidos}}$$

Para calcular C_F , que es la concentración de sólidos respecto al agua pura, se puede extraer de C_s lo que se requiere:

$$C_F = \frac{0.1219 \text{ kg de sólidos}}{0.8781 \text{ kg agua pura}}$$

Por lo que C_F , en las unidades requeridas, se multiplica por la densidad del agua $\rho_l = 990 \text{ kg/m}^3$.

$$C_F = \left(\frac{0.1219 \text{ kg de sólidos}}{0.8781 \text{ kg agua pura}} \right) \left(\frac{990 \text{ kg agua pura}}{1 \text{ m}^3 \text{ de agua}} \right)$$

$$C_F = 137.4342 \text{ kg/m}^3$$

Para la concentración de sólidos respecto al filtrado (C), se requiere la densidad del filtrado $\rho_f = 1190 \text{ kg/m}^3$ y la humedad de la torta 38%. La ecuación 1 de la tabla 1 para calcular C , es:

$$C = \frac{C_F}{1 - \frac{C_F}{M_t \rho_f}} \quad \text{Ec.1}$$

De la ecuación 1, para obtener C , falta calcular la relación de sólidos de la torta respecto al líquido en la torta, que en el formulario de la tabla 1 se obtiene con la ecuación 2:

$$M_t = \frac{X_t}{1 - X_t} \quad \text{Ec.2}$$

Donde X_t , representa la fracción de sólidos en la torta.

En el problema no dan la fracción de sólidos en la torta, pero se tiene una humedad del 38%, que expresado en fracción es 0.38. Entonces el valor de X_t se obtiene:

$$X_t = 1 - 0.38$$

$$X_t = 0.62$$

Sustituyendo el valor en la ecuación 2:

$$M_t = \frac{0.62}{1 - 0.62}$$

$$M_t = 1.6316$$

Sustituyendo los datos ya calculados en la ecuación 1 de C , se tiene:

$$C_F = 137.4342 \text{ kg/m}^3 \quad \text{y} \quad \rho_f = 1190 \text{ kg/m}^3$$

$$C = \frac{137.4342 \text{ kg/m}^3}{1 - \frac{137.4342 \text{ kg/m}^3}{(1.6316)(1190 \text{ kg/m}^3)}}$$

Realizando el análisis de unidades, se tiene:

$$C = \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 - \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

$$C = 147.9034 \text{ kg/m}^3$$

Para calcular α y R_m , se requiere realizar la siguiente tabla 7.

Tabla 7. Datos para obtener α y R_m de filtración intermitente a presión constante

$t(s)$	$V (m^3)$	$\Delta t (s)$	$\Delta V (m^3)$	$\frac{\Delta t}{\Delta V} (s/m^3)$	$\bar{V} (m^3)$

El procedimiento para el llenado de la tabla se realiza de la siguiente forma:

- La primera columna que es el tiempo, son datos que ya se tienen.
- En la segunda columna se convierte el volumen de litros a m^3 .
- La tercera columna se resuelve con la ecuación 10 de la tabla 2:

$$\Delta t = t_2 - t_1 \quad \text{Ec.10}$$

Se restará el tiempo 2 menos el tiempo 1, quedando la primera celda sin datos.

- La cuarta columna se resuelve con la ecuación 11 de la tabla 2:

$$\Delta V = V_2 - V_1 \quad \text{Ec.11}$$

Se restará el volumen 2 menos el volumen 1, quedando la primera celda sin datos.

- La quinta columna corresponde al volumen promedio, que se obtiene con la ecuación 12 de la tabla 2:

$$\bar{V} = \frac{V_2 + V_1}{2} \quad \text{Ec.12}$$

En este caso se suma el volumen 2 con el volumen 1 y se divide entre 2.

- En la sexta columna se divide la columna 3 entre la columna 4 de la tabla 7, es decir $\Delta t / \Delta V$.

La tabla queda como sigue:

Tabla 8. Datos para el cálculo de α y Rm del problema 1

$t(s)$	$V (m^3)$	$\Delta t (s)$	$\Delta V (m^3)$	$\frac{\Delta t}{\Delta V} (s/m^3)$	$\bar{V} (m^3)$
0	0				
24	0.0025	24	0.0025	9600	0.00125
71	0.005	47	0.0025	18800	0.00375
146	0.0075	75	0.0025	30000	0.00625
244	0.01	98	0.0025	39200	0.00875
350	0.0125	106	0.0025	42400	0.01125
480	0.015	130	0.0025	52000	0.01375
620	0.0175	140	0.0025	56000	0.01625
800	0.02	180	0.0025	72000	0.01875
1010	0.0225	210	0.0025	84000	0.02125
1280	0.025	270	0.0025	108000	0.02375

Como se observa en el formulario de la tabla 2, la ecuación 9, también puede escribirse como la ecuación 13:

$$\frac{\Delta t}{\Delta V} = m\bar{V} + b \quad \text{Ec.13}$$

Donde la pendiente “ m ” se expresa como la ecuación 14 y la ordenada “ b ” es la ecuación 15.

$$m = \frac{\mu \alpha C}{(\Delta P) A^2} \quad \text{Ec.14}$$

$$b = \frac{\mu Rm}{(\Delta P) A} \quad \text{Ec.15}$$

La pendiente relaciona la resistencia específica de la torta (α) y la ordenada al origen la resistencia específica del medio filtrante (Rm).

Para calcular la pendiente y ordenada al origen por regresión lineal se introduce en eje “ x ” el volumen promedio ($\bar{V}$) y en eje “ y ” ($\frac{\Delta t}{\Delta V}$).

Los resultados son: $m = 3907878.79 \text{ s/m}^6$ y $b = 2351.51 \text{ s/m}^3$ con un valor de $R^2 = 0.9794$

Despejando α de la Ec.14 y Rm de la Ec.15:

$$\alpha = \frac{m \Delta P A^2}{\mu C} \quad \text{Ec.14a}$$

$$Rm = \frac{b \Delta P A}{\mu} \quad \text{Ec.15a}$$

Sustituyendo los valores calculados y realizando el análisis de unidades:

$$\Delta P = 51960.776 \text{ Pa} \quad A = 0.0155 \text{ m}^2 \quad \mu = 1.9 \times 10^{-3} \text{ Pa s} \quad C = 147.9034 \text{ kg/m}^3$$

$$\alpha = \frac{(3907878.79 \text{ s/m}^6)(51960.776 \text{ Pa})(0.0155 \text{ m}^2)^2}{(1.9 \times 10^{-3} \text{ Pa s})(147.9034 \text{ kg/m}^3)} \quad Rm = \frac{(2351.51 \text{ s/m}^3)(51960.776 \text{ Pa})(0.0155 \text{ m}^2)}{(1.9 \times 10^{-3} \text{ Pa s})}$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{\text{s}}{\text{m}^6}\right)(\text{Pa})(\text{m}^2)^2}{(\text{Pa s})\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)}$$

$$Rm = \frac{\left(\frac{\text{s}}{\text{m}^3}\right)(\text{Pa})(\text{m}^2)}{(\text{Pa s})}$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{\text{s Pa m}^4}{\text{m}^6}\right)}{\left(\frac{\text{Pa s kg}}{\text{m}^3}\right)}$$

$$Rm = \frac{\left(\frac{\text{s Pa m}^2}{\text{m}^3}\right)}{(\text{Pa s})}$$

$$\alpha = \left(\frac{\cancel{\text{s}} \cancel{\text{Pa}} \text{m}^{\cancel{4}}}{\cancel{\text{Pa}} \cancel{\text{s}} \text{kg} \cancel{\text{m}^6}}\right)$$

$$Rm = \left(\frac{\cancel{\text{s}} \cancel{\text{Pa}} \cancel{\text{m}^2}}{\cancel{\text{Pa}} \cancel{\text{s}} \cancel{\text{m}^3}}\right)$$

$$\alpha = 1.7356 \times 10^8 \text{ m/kg}$$

$$Rm = 9.9678 \times 10^8 \text{ m}^{-1}$$

2) Un concentrado de tomate tiene un valor de $C = 103 \text{ kg/m}^3$, determinar:

- La masa de la torta seca, si se obtuvo 895 L de filtrado.
- El tiempo del ciclo de filtración si se llevó 1370 s para filtrar, 140 s para el secado, 590 s para lavar y 19 minutos para el resto de las operaciones auxiliares.
- Flujo volumétrico del ciclo de filtración (Q_c)

a) Para la masa de la torta seca se utiliza la ecuación 3 de la tabla 1:

$$M_{ts} = C V_f \quad \text{Ec.3}$$

El valor de volumen de L se convierte a m^3 .

$$895 \cancel{L} \left(\frac{1 \cancel{m^3}}{1000 \cancel{L}} \right)$$

Sustituyendo los datos en la Ec.3:

$$Mts = (103 \cancel{kg/m^3}) (0.895 \cancel{m^3})$$

$$\mathbf{Mts = 92.185 \text{ kg sólidos}}$$

b) Para el tiempo del ciclo de filtración, se calcula primero todos los tiempos auxiliares para sustituir en la siguiente ecuación 4 de la tabla 1:

$$t_c = t_f + t_a \quad \text{Ec.4}$$

Se suman todos los tiempos auxiliares y se sustituyen en la ecuación 5 de la tabla 1:

$$t_a = t_e + t_l + t_s + t_m \quad \text{Ec.5}$$

Tiempo de secado $t_s = 140 \text{ s}$

Tiempo de lavado $t_l = 590 \text{ s}$

Tiempo de otras operaciones 19 minutos, que convertidas a segundos $t_{oa} = 1140 \text{ s}$

$$t_a = 140s + 590s + 1140s$$

$$t_a = 1870 \text{ s}$$

El tiempo de filtración $t_f = 1370 \text{ s}$, por lo tanto, el tiempo del ciclo es:

$$t_c = 1370s + 1870s$$

$$\mathbf{t_c = 3240 \text{ s}}$$

c) El flujo volumétrico del ciclo de filtración se calcula con la ecuación 7 de la tabla 1:

$$Q_c = \frac{V_f}{t_c} \quad \text{Ec.7}$$

Sustituyendo los datos en la Ec. 7:

$$Q_c = \frac{0.895 \text{ m}^3}{3240 \text{ s}}$$

$$\mathbf{Q_c = 2.7623 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}}$$

3.2 Problemas con dosificación

- 3) Se realizaron filtraciones de una suspensión de almidón en un filtro de laboratorio que tiene una concentración en peso de 12.3% y se empleó perlita como dosificación en una proporción de 1:0.28.
- a) Calcular la cantidad de perlita que se debe agregar a 10 litros de suspensión de almidón si su densidad es de 1325 kg/m^3 .

La relación de 1:0.28 indica que por cada kg de sólidos de la suspensión se adicionan 0.28 kg de perlita. Entonces si partimos de C_s :

$$C_s = \frac{12.3 \text{ kg de sólidos}}{100 \text{ kg suspensión}}$$

Esto muestra que hay 12.3 kg de sólidos en la suspensión, entonces este valor se multiplica por la relación de dosificación que se va a agregar.

$$12.3 \text{ kg} \cancel{\text{ sólidos}} \left(\frac{0.28 \text{ kg de perlita}}{1 \text{ kg de } \cancel{\text{ sólidos}}} \right)$$

Por lo tanto, se adicionan 3.444 kg de perlita a los 100 kg de la suspensión.

Como necesitamos saber la cantidad de perlita para adicionar a los 10 litros de suspensión entonces se debe realizar lo siguiente:

$$\left(\frac{3.444 \text{ kg de perlita}}{100 \text{ kg de suspensión}} \right) \left(\frac{1325 \text{ kg suspensión}}{1 \text{ m}^3 \cancel{\text{ suspensión}}} \right) \left(\frac{1 \text{ m}^3 \cancel{\text{ suspensión}}}{1000 \text{ L}} \right) (10 \text{ L})$$

La relación de peso de perlita adicionada a 100 kg de suspensión se multiplica por la densidad para obtener la relación en masa sobre volumen. Posteriormente se convierten los metros cúbicos a litros y finalmente se multiplica por los 10 litros a los que se adiciona la perlita.

La cantidad de perlita a adicionar y mezclar en 10 L de suspensión es **0.45633 kg** equivalente a **456.33 g**.

- 4) Continuando con los datos del problema 3, después de adicionar el ayuda filtro a la suspensión de almidón se mezcló y se filtró la suspensión e inmediatamente se tomaron datos de filtración a presión constante de $29.2 \text{ lb}_f/\text{in}^2$, operado en el filtro de 1.5 ft^2 de área de filtrado.

Tabla 9. Datos de filtración del problema 4

Volumen (L)	Tiempo (s)
0	0
0.5	7.245
1	16.1
1.5	27.83
2	42.55
2.5	59.455
3	79.35
3.5	102.12
4	126.5
4.5	154.1
5	184

- a) Calcular el valor de “C” si se empleó perlita como ayuda filtro en una proporción de 1:0.28. Los datos de densidad de agua y de filtrado son: $\rho_f = 1025 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_l = 998 \text{ kg/m}^3$ y la fracción de sólidos en la torta es $X_t = 0.60$.

Considerando los datos del problema 4 de:

$$C_s = \frac{12.3 \text{ kg de sólidos}}{100 \text{ kg suspensión}}$$

Y el valor de la cantidad de ayuda filtro que se adicionan a 100 kg de suspensión es de **3.444 kg de perlita**.

La modificación se va a realizar en C_s al sumar los sólidos de la tierra.

$$C_s = \frac{12.3 \text{ kg de sólidos} + 3.444 \text{ kg de tierra}}{100 \text{ kg suspensión} + 3.444 \text{ kg de tierra}}$$

La ecuación al sumar queda:

$$C_s = \frac{15.744 \text{ kg de sólidos}}{103.444 \text{ kg suspensión}}$$

La ecuación también se puede expresar como:

$$C_s = \frac{15.744 \text{ kg de sólidos}}{87.7 \text{ kg agua pura} + 15.744 \text{ kg sólidos}}$$

Para poder calcular C , se requiere C_F , que es la concentración de sólidos respecto al agua pura. Por consiguiente, de C_s se puede extraer lo que se requiere:

$$C_F = \frac{15.744 \text{ kg de sólidos}}{87.7 \text{ kg agua pura}}$$

Y para obtener en las unidades requeridas se multiplica por la densidad del líquido 998 kg/m^3 .

$$C_F = \left(\frac{15.744 \text{ kg de sólidos}}{\cancel{87.7 \text{ kg agua pura}}} \right) \left(\frac{\cancel{998 \text{ kg de agua pura}}}{1 \text{ m}^3 \text{ de agua pura}} \right)$$

$$C_F = 179.1620 \text{ kg/m}^3$$

La ecuación 1 para calcular C , es:

$$C = \frac{C_F}{1 - \frac{C_F}{M_t \rho_f}} \quad \text{Ec.1}$$

De la ecuación 1 para obtener C , falta calcular la relación de sólidos de la torta respecto al líquido en la torta, que en el formulario de la tabla 1 se obtiene la ecuación 2:

$$M_t = \frac{X_t}{1 - X_t} \quad \text{Ec.2}$$

Donde X_t , representa la fracción de sólidos en la torta.

En el problema nos dan la fracción de sólidos en la torta $X_t = 0.60$.

Sustituyendo el valor en la ecuación 2:

$$M_t = \frac{0.60}{1 - 0.60}$$

$$\mathbf{M_t = 1.5}$$

Sustituyendo los datos ya calculados en la ecuación 1, que es C , se tiene:

$$C_F = 179.1620 \text{ kg/m}^3 \quad \text{y} \quad \rho_f = 1025 \text{ kg/m}^3$$

$$C = \frac{179.1620 \text{ kg/m}^3}{1 - \frac{179.1620 \text{ kg/m}^3}{(1.5)(1025 \text{ kg/m}^3)}}$$

Realizando el análisis de unidades:

$$C = \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 - \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

$$\mathbf{C = 202.7931 \text{ kg/m}^3}$$

b) Obtener los valores de α y Rm , si la viscosidad del filtrado es de 2.8 cP .

Para la solución del problema se va a ocupar la ecuación 9 de la tabla 2 para filtración intermitente a presión constante:

$$\frac{\Delta t}{\Delta V} = \frac{\mu \alpha C \bar{V}}{(\Delta P) A^2} + \frac{\mu R_m}{(\Delta P) A} \quad \text{Ec.9}$$

$\bar{V}$ = Volumen medio	[=] m^3
Δt = Incremento de tiempo	[=] s
ΔV = Incremento de volumen	[=] m^3
ΔP = Caída de Presión	[=] Pa
A = Área filtración	[=] m^2
C = Concentración de sólidos respecto al filtrado	[=] kg/m^3
α = Resistencia específica de la torta	[=] m/kg
R_m = Resistencia específica del medio filtrante	[=] m^{-1}
μ = Viscosidad	[=] $Pa \cdot s$

Lo primero que se realizará es hacer la conversión de unidades al Sistema Internacional de ΔP , A y μ .

$$\Delta P = 29.2 \frac{lb_f}{in^2} \left(\frac{6894.76 Pa}{1 \frac{lb_f}{in^2}} \right) \quad A = 1.5 \cancel{ft^2} \left(\frac{0.09290 m^2}{1 \cancel{ft^2}} \right) \quad \mu = 2.8 \cancel{cP} \left(\frac{1 \times 10^{-3} Pa \cdot s}{1 \cancel{cP}} \right)$$

$$\Delta P = 201326.992 Pa$$

$$A = 0.13935 m^2$$

$$\mu_f = 2.8 \times 10^{-3} Pa \cdot s$$

Los datos de volumen de la tabla, expresado en litros se deberán convertir a m^3 . El factor de conversión es el siguiente:

$$1 \cancel{L} \left(\frac{1 m^3}{1000 \cancel{L}} \right)$$

Para calcular α y R_m , se requiere realizar el procedimiento como en el ejercicio 2 y apoyándose de Excel.

Los datos de tiempo y volumen se copiarán en Excel en las columnas A y B. En la columna C, se convertirá el volumen a m^3 colocando el cursor en la celda C2 y se realiza la siguiente operación, dando ENTER.

$$= B2/1000$$

Después se copia la celda C2 con Ctrl "c" y se selecciona las celdas de la C3 hasta C12 y se aplica Ctrl "v".

Tabla 10. Datos en Excel para el cálculo de α y R_m del problema 4 parte 1

	A	B	C
1	t (s)	Volumen (L)	V (m ³)
2	0	0	0
3	7.245	0.5	0.0005
4	16.1	1	0.001
5	27.83	1.5	0.0015
6	42.55	2	0.002
7	59.455	2.5	0.0025
8	79.35	3	0.003
9	102.12	3.5	0.0035
10	126.5	4	0.004
11	154.1	4.5	0.0045
12	184	5	0.005

Para el cálculo $\Delta t = t_2 - t_1$, se colocan en la celda D3 y realizan la siguiente operación, dando enter.

$$= (A3 - A2)$$

Para el cálculo $\Delta V = V_2 - V_1$, se colocan en la celda E3 y realizan la siguiente operación, dando enter.

$$= (C3 - C2)$$

Posteriormente se copian las celdas D3 y E3 juntas con Ctrl "c" y se selecciona las celdas de la D4 hasta E12 y se aplica Ctrl "v".

Tabla 11. Datos en Excel para el cálculo de α y R_m del problema 4 parte 2

	A	B	C	D	E
1	t (s)	Volumen (L)	V (m ³)	Δt	ΔV
2	0	0	0		
3	7.245	0.5	0.0005	7.245	0.0005
4	16.1	1	0.001	8.855	0.0005
5	27.83	1.5	0.0015	11.73	0.0005
6	42.55	2	0.002	14.72	0.0005
7	59.455	2.5	0.0025	16.905	0.0005
8	79.35	3	0.003	19.895	0.0005
9	102.12	3.5	0.0035	22.77	0.0005
10	126.5	4	0.004	24.38	0.0005
11	154.1	4.5	0.0045	27.6	0.0005
12	184	5	0.005	29.9	0.0005

El cálculo del volumen promedio $\bar{V} = \frac{V_2 + V_1}{2}$ se obtiene colocando el cursor en la celda F3 y se realiza la siguiente operación, dando enter.

$$= (C3 + C2)/2$$

Después se copia la celda F3 con Ctrl “c” y se selecciona las celdas de la F4 hasta F12 y se aplica Ctrl “v”.

Tabla 12. Datos en Excel para el cálculo de α y R_m del problema 4 parte 3

	A	B	C	D	E	F
1	t (s)	Volumen (L)	V (m ³)	Δt	ΔV	Vprom
2	0	0	0			
3	7.245	0.5	0.0005	7.245	0.0005	0.00025
4	16.1	1	0.001	8.855	0.0005	0.00075
5	27.83	1.5	0.0015	11.73	0.0005	0.00125
6	42.55	2	0.002	14.72	0.0005	0.00175
7	59.455	2.5	0.0025	16.905	0.0005	0.00225
8	79.35	3	0.003	19.895	0.0005	0.00275
9	102.12	3.5	0.0035	22.77	0.0005	0.00325
10	126.5	4	0.004	24.38	0.0005	0.00375
11	154.1	4.5	0.0045	27.6	0.0005	0.00425
12	184	5	0.005	29.9	0.0005	0.00475

En la columna G se calcula $\Delta t/\Delta V$, colocando el cursor en la celda G3 y realizando la siguiente operación, dando enter.

$$= D3/E3$$

Después se copia la celda G3 con Ctrl “c” y se selecciona las celdas de la G4 hasta G12 y se aplica Ctrl “v”.

Tabla 13. Datos en Excel para el cálculo de α y R_m del problema 4 parte 4

t(s)	V (m ³)	Δt (s)	ΔV (m ³)	$\bar{V}$ (m ³)	$\frac{\Delta t}{\Delta V}$ (s/m ³)
0	0				
7.245	0.0005	7.245	0.0005	0.00025	14490
16.1	0.001	8.855	0.0005	0.00075	17710
27.83	0.0015	11.73	0.0005	0.00125	23460
42.55	0.002	14.72	0.0005	0.00175	29440
59.455	0.0025	16.905	0.0005	0.00225	33810
79.35	0.003	19.895	0.0005	0.00275	39790
102.12	0.0035	22.77	0.0005	0.00325	45540
126.5	0.004	24.38	0.0005	0.00375	48760
154.1	0.0045	27.6	0.0005	0.00425	55200
184	0.005	29.9	0.0005	0.00475	59800

Como se observa en el formulario, la ecuación 9, también puede escribirse como la ecuación 13:

$$\frac{\Delta t}{\Delta V} = m\bar{V} + b \quad \text{Ec.13}$$

Donde la pendiente “ m ” se expresa como la ecuación 14 y la ordenada “ b ” es la ecuación 15.

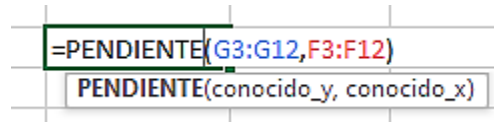
$$m = \frac{\mu \alpha C}{(\Delta P) A^2} \quad \text{Ec. 14}$$

$$b = \frac{\mu R m}{(\Delta P) A} \quad \text{Ec.15}$$

La pendiente relaciona la resistencia específica de la torta (α) y la ordenada al origen la resistencia específica del medio filtrante (Rm).

Para calcular la pendiente y ordenada al origen por regresión lineal se introduce en el eje “ x ” el volumen promedio ($\bar{V}$) y en el eje “ y ” ($\frac{\Delta t}{\Delta V}$).

En Excel, para obtener la pendiente se emplea el comando de Pendiente.



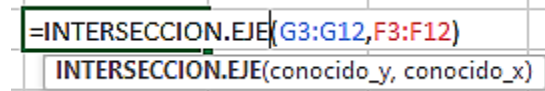
Para ello se colocan en cualquier celda fuera de las operaciones y ponen el signo de igual y escriben pendiente, se selecciona el comando y se les indica que seleccionen primero los valores de “ y ”, se escribe coma y luego se seleccionan los valores de “ x ”.

Tabla 14. Datos en Excel para trazar gráfico del problema 4

F	G
Vprom	$\Delta t/\Delta v$
0.00025	14490
0.00075	17710
0.00125	23460
0.00175	29440
0.00225	33810
0.00275	39790
0.00325	45540
0.00375	48760
0.00425	55200
0.00475	59800

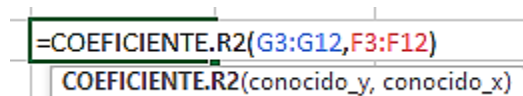
Una vez que quedaron seleccionados se aplica ENTER y da el valor de la PENDIENTE.

En Excel, para obtener la ordenada se emplea el comando de INTERSECCIÓN.EJE.



El procedimiento se realiza igual que la pendiente, seleccionando los datos.

En Excel, para obtener el coeficiente de correlación, se emplea el comando de COEFICIENTE.R².



El procedimiento se realiza igual que la pendiente y ordenada, seleccionando los datos. Los resultados son: $m = 10315151.5 \text{ s/m}^6$ y $b = 11012.1212 \text{ s/m}^3$ con un valor de $R^2 = 0.9989$.

Despejando α y Rm de las ecuaciones 14 y 15.

$$\alpha = \frac{m \Delta P A^2}{\mu C} \quad \text{Ec.14a}$$

$$Rm = \frac{b \Delta P A}{\mu} \quad \text{Ec.15a}$$

Sustituyendo los valores calculados y realizando el análisis dimensional.

$$\Delta P = 201326.992 \text{ Pa} \quad A = 0.13935 \text{ m}^2 \quad \mu = 2.8 \times 10^{-3} \text{ Pa s} \quad C = 202.7931 \text{ kg/m}^3$$

$$\alpha = \frac{(10315151.5 \text{ s/m}^6)(201326.992 \text{ Pa})(0.13935 \text{ m}^2)^2}{(2.8 \times 10^{-3} \text{ Pa s})(202.7931 \text{ kg/m}^3)} \quad Rm = \frac{(11012.1212 \text{ s/m}^3)(201326.992 \text{ Pa})(0.13935 \text{ m}^2)}{(2.8 \times 10^{-3} \text{ Pa s})}$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{\text{s}}{\text{m}^6}\right)(\text{Pa})(\text{m}^2)^2}{(\text{Pa s})\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)}$$

$$Rm = \frac{\left(\frac{\text{s}}{\text{m}^3}\right)(\text{Pa})(\text{m}^2)}{(\text{Pa s})}$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{\text{s Pa m}^4}{\text{m}^6}\right)}{\left(\frac{\text{Pa s kg}}{\text{m}^3}\right)}$$

$$Rm = \frac{\left(\frac{\text{s Pa m}^2}{\text{m}^3}\right)}{(\text{Pa s})}$$

$$\alpha = \left(\frac{\cancel{\text{s Pa}} \cancel{\text{m}^2} \cancel{\text{m}^2}}{\cancel{\text{Pa s}} \cancel{\text{kg}} \cancel{\text{m}^6}}\right)$$

$$Rm = \left(\frac{\cancel{\text{s Pa}} \cancel{\text{m}^2}}{\cancel{\text{Pa s}} \cancel{\text{m}^3}}\right)$$

$$\alpha = 7.1019 \times 10^{10} \text{ m/kg}$$

$$Rm = 1.1034 \times 10^{11} \text{ m}^{-1}$$

3.3. Cálculo de índice de compresibilidad

5. Se realizaron filtraciones de Néctar de durazno en un filtro prensa (Ver figura 3) a ΔP constante.



Figura 3. Filtro prensa

Los datos de los 5 ensayos se muestran en la tabla 15.

Tabla 15. Datos de néctar de durazno en filtro prensa problema 5

Volumen (L)	$\Delta P = 7.9$ lb_f/in^2 Tiempo (s)	$\Delta P = 17.4$ lb_f/in^2 Tiempo (s)	$\Delta P = 29.2$ lb_f/in^2 Tiempo (s)	$\Delta P = 37.5$ lb_f/in^2 Tiempo (s)	$\Delta P = 50.3$ lb_f/in^2 Tiempo (s)
0	0	0	0	0	0
0.5	19.895	7.82	7.245	5.75	5.06
1	47.495	21.85	16.1	13.225	10.925
1.5	82.8	39.79	27.83	22.77	18.745
2	124.545	61.41	42.55	34.615	28.29
2.5	174.915	87.4	59.455	48.875	39.905
3	231.955	117.3	79.35	65.32	53.015
3.5		150.88	102.12	83.95	67.85
4		187.45	126.5	104.88	84.64
4.5			154.1	127.65	102.81
5			184	152.95	123.395
5.5				180.32	
6				209.875	

El área de filtración es de 740 cm^2 , la concentración de sólidos por unidad de volumen filtrado (C) de 115 g/L y la viscosidad de 2.3 cP .

Se deja al estudiante verificar los resultados de α y R_m para cada ensayo, los cuales se resumen en la tabla 16.

Tabla 16. Resumen de datos de α y R_m del problema 5

$\Delta P \text{ (Pa)}$	$\alpha \text{ (m/kg)}$	$R_m \text{ (m}^{-1}\text{)}$
54468.60	33569278063	57245205932
119968.82	40124231401	56172545437
201326.99	42994745194	71330763347
258553.50	47016701692	71780930505
346806.43	50142561890	80560610996

- Trazar la gráfica de los datos de α vs ΔP y ajustando al modelo de la potencia, determinar el índice de compresibilidad y α_0 .
- Indicar si la torta es compresible o incompresible y establecer el modelo matemático particular.
- Obtener α_0 y "s" aplicando logaritmos.

Partiendo del modelo de la potencia (ecuación 22 de la tabla 4) para determinar la compresibilidad de la torta.

$$\alpha = \alpha_0 (\Delta P)^s \quad \text{Ec.22}$$

Donde:

α = Resistencia específica de la torta (m/kg)

α_0 = Resistencia inicial específica de la torta (m/kg)

s = Índice de compresibilidad

La gráfica se puede realizar en Excel seleccionando los datos en “x” ΔP y en “y” α .

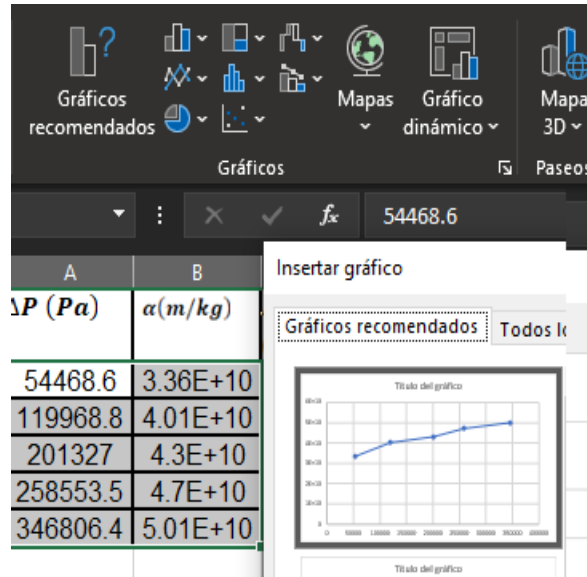


Figura 4. Ejemplo de selección de gráficos en Excel

Se selecciona la gráfica recomendada:

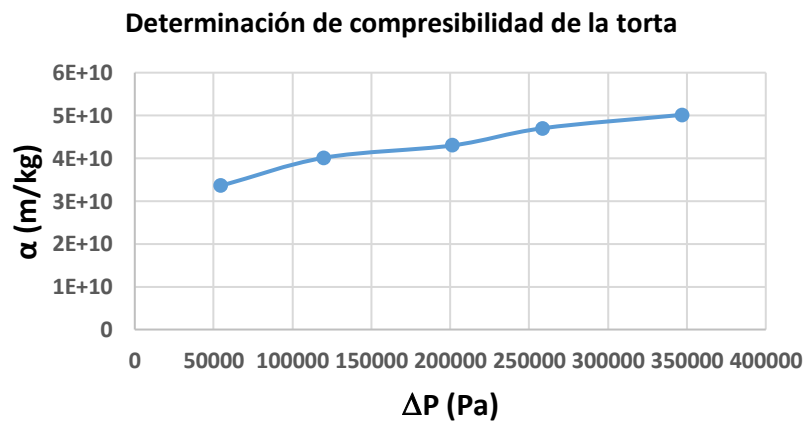


Figura 5. Gráfico para determinación de compresibilidad de la torta

Para determinar los valores de α_0 y de “s”, en la gráfica, se selecciona la curva y con el botón derecho del mouse se elige Agregar línea de tendencia y se elige el modelo Potencial, marcando “Presentar ecuación gráfica” y “Presentar el valor R^2 en el gráfico”.

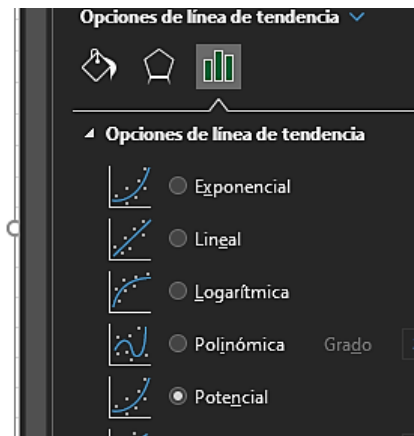
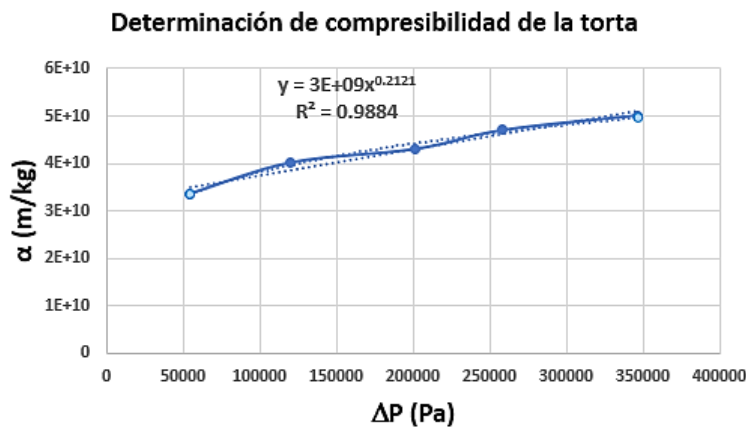


Figura 6. Ejemplo de cálculo de parámetros de regresión en Excel

Para tener un valor con mayores decimales se elige el cuadro de la ecuación y en opciones de número se elige con 4 posiciones decimales.

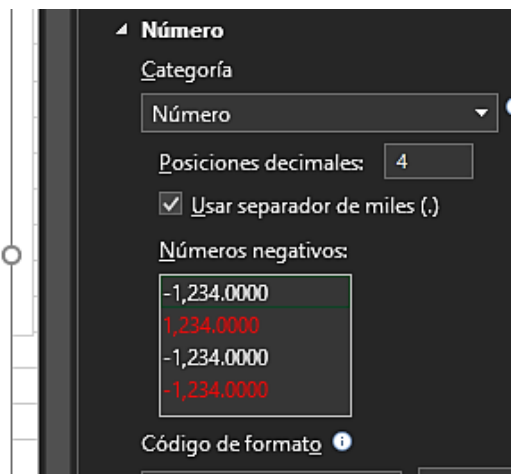
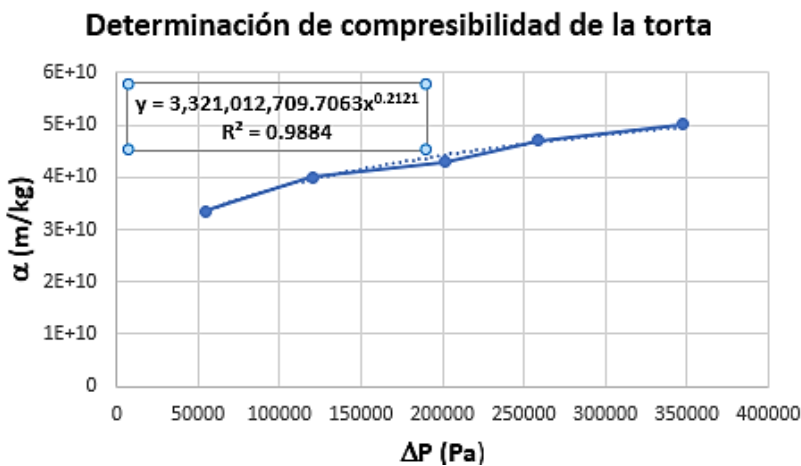


Figura 7. Ejemplo de selección de decimales en parámetros de gráficos en Excel

Por lo tanto, los valores requeridos que ajustan al modelo de la potencia son:

$$\alpha_0 = 3.321 \times 10^9 \text{ m/kg}$$

$$s = 0.2121$$

b) La torta tiende a ser más incompresible porque su valor se acerca más a cero.

El modelo particular se obtiene sustituyendo los valores en la ecuación 22:

$$\alpha = 3.321 \times 10^9 (\Delta P)^{0.2121}$$

c) Para obtener los valores de α_0 y "s" aplicando logaritmos, se parte de la ecuación 22:

$$\alpha = \alpha_0 (\Delta P)^s \quad \text{Ec.22}$$

Aplicando logaritmos:

$$\log \alpha = \log \alpha_0 (\Delta P)^s$$

Por propiedades de logaritmos

$$\log \alpha = \log \alpha_0 + \log (\Delta P)^s$$

$$\log \alpha = \log \alpha_0 + s \log (\Delta P) \quad \text{Ec.23}$$

Se traza la gráfica $\log \alpha$ vs $\log \Delta P$.

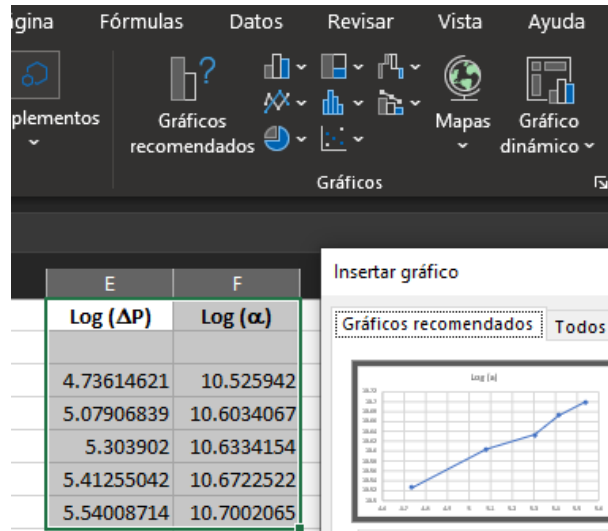


Figura 8. Ejemplo de selección de gráficos en Excel

Al seleccionar la segunda gráfica aparece el gráfico:

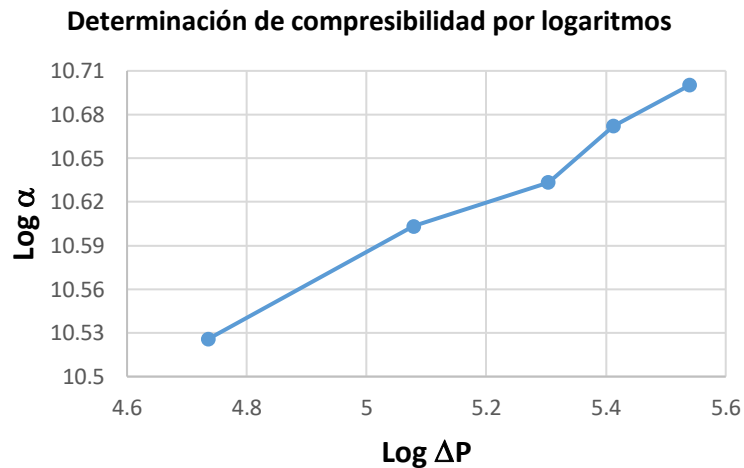


Figura 9. Gráficos para determinación de compresibilidad de la torta por logaritmos

Para determinar los valores de $\log \alpha_0$ y de “s”, que es la pendiente en la gráfica, se selecciona la curva y con el botón derecho del mouse se elige Agregar línea de tendencia y se elige el modelo Lineal, marcando “Presentar ecuación gráfica” y “Presentar el valor R^2 cuadrado en el gráfico”.

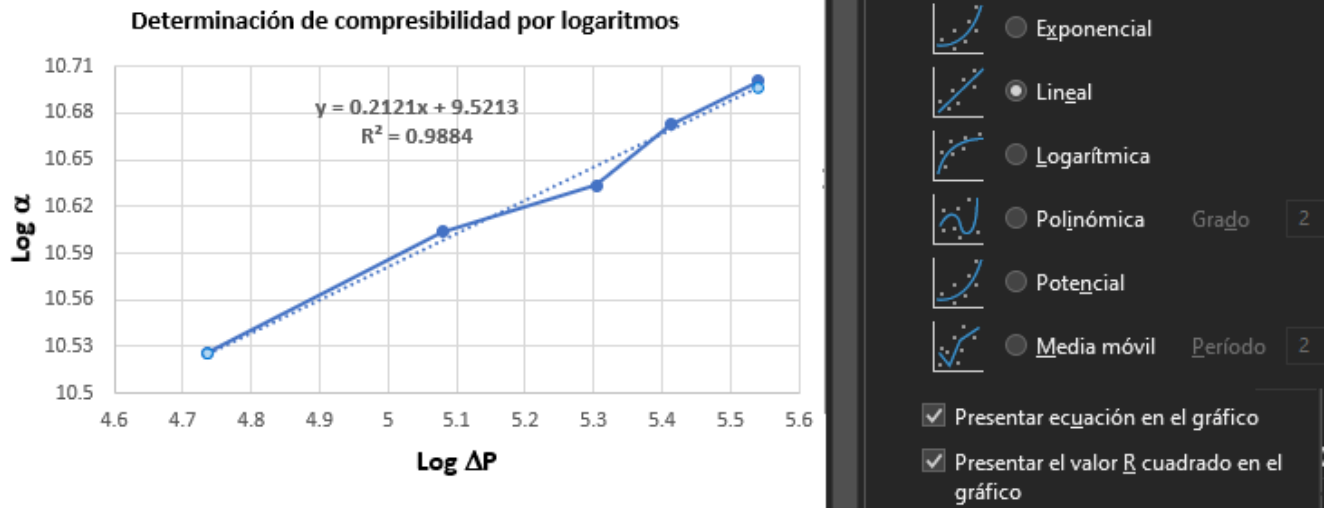


Figura 10. Ejemplo de selección de tipo de línea de tendencia para gráficos en Excel

Si relacionamos el gráfico con un modelo lineal:

$$y = m x + b$$

La pendiente corresponde a “s”:

$$s = 0.2121$$

Y la ordenada al origen:

$$b = 9.5213$$

Donde la ordenada corresponde a:

$$\log \alpha_0 = 9.5213$$

Aplicando antilogaritmo:

$$10^{\log \alpha_0} = 10^{9.5213}$$

$$\alpha_0 = 3.321 \times 10^9 \text{ m/kg}$$

Como se puede observar los resultados son iguales que los obtenidos por el modelo de la potencia.

4. FILTRACIÓN INTERMITENTE A VELOCIDAD DE FLUJO CONSTANTE SIN PRECAPA

1) Se desea filtrar un puré que tiene un valor de $C = 120 \text{ kg/m}^3$ en un filtro prensa horizontal (ver figura 3) de 16 placas y 14 marcos de 11 in de longitud, al cual opera a una velocidad de flujo constante por unidad de área de $Q_A = 1.15 \frac{\text{gal}}{\text{ft}^2 \text{ min}}$. La caída de presión fue $\Delta P = 1.2 \text{ MPa}$, $\alpha = 5.45 \times 10^{10} \text{ m/kg}$, $R_m = 3.95 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}$ y la $\mu = 2.3 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$. Calcular:

- El tiempo de filtrado
- El volumen de filtrado
- La masa de torta en base seca
- El tiempo total del ciclo de filtración si se consideran 3.5 min en las operaciones auxiliares.
- La capacidad del ciclo de filtración

a) En este problema la ecuación de filtración a velocidad de flujo de filtración constante es la ecuación 18 de la tabla 3:

$$\Delta P = \frac{\mu \alpha C Q^2}{2 A^2} t_f + \frac{\mu R_m Q}{A} \quad \text{Ec.18}$$

Donde:

ΔP = Caída de Presión	[=] Pa
A = Área filtración	[=] m^2
C = Concentración de sólidos respecto al filtrado	[=] kg/m^3
α = Resistencia específica de la torta	[=] m/kg
R_m = Resistencia específica del medio filtrante	[=] m^{-1}
μ = Viscosidad	[=] Pa s
Q = Capacidad de filtración o flujo volumétrico	[=] m^3/s

El comportamiento gráfico de la Ec 18, se muestra en la figura 11.

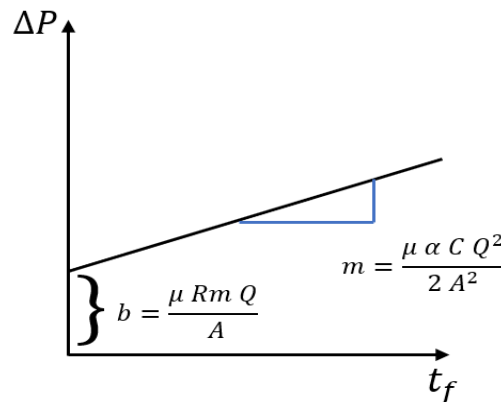


Figura 11. Filtración intermitente a velocidad de flujo constante

La ecuación 18 también puede representarse como la ecuación 19 de la tabla 3.

$$\Delta P = m t_f + b \quad \text{Ec.19}$$

Donde:

$$m = \frac{\mu \alpha C Q^2}{2A^2} \quad \text{Ec.20}$$

$$b = \frac{\mu R m Q}{A} \quad \text{Ec.21}$$

De la ecuación 19 se despeja el tiempo de filtración:

$$t_f = \frac{\Delta P - b}{m} \quad \text{Ec.19a}$$

Los datos que se dan en el problema es el flujo volumétrico por unidad de área que se obtiene con la ecuación 8 de la tabla 1, es decir:

$$Q_A = \frac{V_f}{t_f A} \quad \text{Ec.8}$$

Donde:

Q_A = Capacidad del ciclo filtración por unidad de área	[=] m/s
V_f = Volumen de filtrado	[=] m^3
t_f = Tiempo del ciclo de filtración	[=] s
A = Área de filtración	[=] m^2

Y el que se requiere en la ecuación de tiempo de filtración es la ecuación 6 de la tabla 1:

$$Q = \frac{V_f}{t_f} \quad \text{Ec.6}$$

Es decir, reorganizando la ecuación 8:

$$Q_A A = \frac{V_f}{t_f} \quad \text{Ec.8a}$$

Igualando las ecuaciones 6 y 8a:

$$Q = Q_A A \quad \text{Ec.8b}$$

Por lo que primero se debe calcular el área de filtración, que para un filtro prensa es la ecuación 27 de la tabla 5:

$$A_{fp} = 2L^2 * \#Marcos \quad \text{Ec.27}$$

A_{fp} = Área de filtración de un filtro prensa	[=] m^2
L = Longitud del marco	[=] m

En el problema nos dice que $L = 11 \text{ in}$ y tiene 14 marcos, pero hay que convertir al Sistema Internacional:

$$L = 11 \cancel{in} \left(\frac{0.0254 \cancel{m}}{1 \cancel{in}} \right)$$

$$L = 0.2794 \text{ m}$$

Por lo tanto el área es:

$$A = 2 (0.2794 \text{ m})^2 (14)$$

$$A = 2.1858 \text{ m}^2$$

El valor de $Q_A = 1.15 \frac{\text{gal}}{\text{ft}^2 \text{ min}}$, se deben convertir las unidades en Sistema Internacional.

$$Q_A = 1.15 \frac{\cancel{\text{gal}}}{\cancel{\text{ft}^2} \cancel{\text{min}}} \left(\frac{1 \cancel{\text{m}^3}}{264.172 \cancel{\text{gal}}} \right) \left(\frac{1 \cancel{\text{ft}^2}}{0.0929 \cancel{\text{m}^2}} \right) \left(\frac{1 \cancel{\text{min}}}{60 \text{ s}} \right)$$

$$Q_A = 7.8098 \times 10^{-4} \text{ m/s}$$

Sustituyendo los datos para obtener Q en la ecuación 8b.

$$Q = Q_A A \quad \text{Ec.8b}$$

$$Q = (7.8098 \times 10^{-4} \text{ m/s}) (2.1858 \text{ m}^2)$$

$$Q = 1.7071 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$$

De los datos, la caída de presión $\Delta P = 1.2 \text{ MPa}$, se debe convertir a Pa .

$$\Delta P = 1.2 \cancel{\text{MPa}} \left(\frac{1 \times 10^6 \text{ Pa}}{1 \cancel{\text{MPa}}} \right)$$

$$\Delta P = 1.2 \times 10^6 \text{ Pa}$$

Los valores de $C = 120 \text{ kg/m}^3$, $\alpha = 5.45 \times 10^{10} \text{ m/kg}$, $Rm = 3.95 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}$ y $\mu = 2.3 \times 10^{-2} \text{ Pa s}$ ya no se requiere hacer conversión de unidades.

Sustituyendo todos los datos en las ecuaciones 20 y 21, realizando el análisis de unidades:

$$m = \frac{\mu \alpha C Q^2}{2 A^2} \quad \text{Ec.20}$$

$$m = \frac{(2.3 \times 10^{-2} \text{ Pa s}) (5.45 \times 10^{10} \text{ m/kg}) (120 \text{ kg/m}^3) (1.7071 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s})^2}{2 (2.1858 \text{ m}^2)^2}$$

$$m = \frac{(\text{Pa s}) \left(\frac{\text{m}}{\text{kg}} \right) \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right) \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}} \right)^2}{(\text{m}^2)^2}$$

$$m = \frac{\left(\frac{Pa \cancel{s} \cancel{kg} \cancel{m^7}}{\cancel{kg} \cancel{m^3} \cancel{s^2}} \right)}{\cancel{m^4}}$$

$$m = 4587.4641 \frac{Pa}{s}$$

$$b = \frac{\mu R m Q}{A} \quad \text{Ec.21}$$

$$b = \frac{(2.3 \times 10^{-3} Pa s)(3.95 \times 10^{10} m^{-1})(1.7071 \times 10^{-3} m^3/s)}{(2.1858 m^2)}$$

$$b = \frac{(Pa \cancel{s})(m^{-1})\left(\frac{\cancel{m^3}}{\cancel{s}}\right)}{(m^2)}$$

$$b = 70953.4427 Pa$$

Sustituyendo los datos de m , b y ΔP en la ecuación 19a, realizando el análisis dimensional:

$$t_f = \frac{\Delta P - b}{m} \quad \text{Ec.19a}$$

$$t_f = \frac{(1.2 \times 10^6 Pa) - (70953.4427 Pa)}{\left(4587.4641 \frac{Pa}{s}\right)}$$

$$t_f = \frac{\cancel{Pa}}{\frac{\cancel{Pa}}{s}}$$

$$t_f = 246.1156 s$$

a) Para el volumen de filtrado se parte de la ecuación 6:

$$Q = \frac{V_f}{t_f} \quad \text{Ec.6}$$

Se despeja el volumen y se sustituyen los datos en la Ec.6:

$$V_f = Q t_f \quad \text{Ec.6a}$$

$$V_f = (1.7071 \times 10^{-3} m^3/\cancel{s})(246.1156 \cancel{s})$$

$$V_f = 0.4201 m^3$$

b) Para la masa de la torta seca se utiliza la ecuación 2:

$$Mts = C V_f$$

Sustituyendo los datos:

$$Mts = (120 \text{ kg/m}^3) (0.4201 \text{ m}^3)$$

$$\mathbf{Mts = 50.412 \text{ kg}}$$

- c) Para el tiempo del ciclo de filtración, se calcula con la ecuación 4 de la tabla 1 y el tiempo de 3.5 min de las operaciones auxiliares se convierte a segundos que serían 210 s, y se sustituye en la ecuación:

$$t_c = t_f + t_a$$

$$t_c = 246.1156 \text{ s} + 210 \text{ s}$$

$$\mathbf{t_c = 456.1156 \text{ s}}$$

- d) El flujo volumétrico del ciclo de filtración se calcula con la ecuación 7 de la tabla 1:

$$Qc = \frac{V_f}{t_c}$$

Sustituyendo los datos:

$$Qc = \frac{0.4201 \text{ m}^3}{456.1156 \text{ s}}$$

$$\mathbf{Qc = 9.2104 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}}$$

5. ESCALAMIENTO A UN FILTRO PRENSA

- 1) Se realizaron filtraciones de una suspensión en un filtro piloto de laboratorio que opera con una $\Delta P = 0.75 \text{ kg}_f/\text{cm}^2$, el cual tiene un área de filtración de $A = 0.0975 \text{ m}^2$. Los resultados de las filtraciones se muestran en la tabla 17:

Tabla 17. Datos de filtración de suspensión en filtro prensa

$V (\text{m}^3)$	$t (\text{s})$
0	0
0.0227	600
0.0375	1200
0.0492	1800
0.0606	2400
0.0681	3000

Se desean escalar los datos obtenidos a un filtro prensa que opera a una $\Delta P_e = 1.7 \text{ kg}_f/\text{cm}^2$, para poder determinar el número de marcos, que mide cada uno $L = 35 \text{ cm}$ de longitud de largo y ancho. El tiempo y volumen de filtración en el filtro prensa es de 7500 s y 3.698 m^3 , respectivamente.

El número de marcos del filtro prensa, se obtiene al calcular el área del filtro prensa con la ecuación 27:

$$A_{fp} = 2L^2 * \#Marcos$$

Para dar solución a este problema se debe hacer un escalamiento del área con la ecuación 17 de la tabla 2:

$$t_{fe} = \frac{m}{2} \left[\frac{A^2 (\Delta P)}{A_e^2 (\Delta P_e)} \right] V_f^2 + b \left[\frac{A (\Delta P)}{A_e (\Delta P_e)} \right] V_f \quad \text{Ec.17}$$

t_{fe} = Tiempo de filtración escalado $[=] \text{ s}$
 A_e = Área de filtración escalada $[=] \text{ m}^2$
 ΔP_e = Caída de presión escalada $[=] \text{ Pa}$

Con los datos de la tabla 17 se va a realizar la tabla 18 apoyándose de Excel para calcular α y Rm , pero en este caso sólo se va a utilizar la pendiente y ordenada al origen, así como el coeficiente R^2 para verificar que los datos muestran un comportamiento lineal.

Tabla 18. Datos de $\Delta t/\Delta V$ de suspensión en filtro prensa

$t(\text{s})$	$V(\text{m}^3)$	$\Delta t (\text{s})$	$\Delta V (\text{m}^3)$	$\bar{V} (\text{m}^3)$	$\Delta t/\Delta V (\text{s} / \text{m}^3)$
0	0				
600	0.0227	600	0.0227	0.01135	26431.7181
1200	0.0375	600	0.0148	0.0301	40540.5405
1800	0.0492	600	0.0117	0.04335	51282.0513
2400	0.0606	600	0.0114	0.0549	52631.5789
3000	0.0681	600	0.0075	0.06435	80000

Los valores de pendiente y ordenada al origen obtenidas de los datos son:

$$\begin{array}{ll} m & 885434.665 \text{ (s/m}^6\text{)} \\ b & 14042.5891 \text{ (s/m}^3\text{)} \\ R^2 & 0.9375 \end{array}$$

El valor de R^2 es muy cercano a 1, por lo que los datos se consideran confiables.

Los datos con los que se cuenta del filtro piloto y filtro prensa se muestran en la tabla 19:

Tabla 19. Datos para calcular Ae de suspensión en filtro prensa

Datos de filtro piloto	Datos de filtro prensa
$\Delta P = 0.75 \frac{kg_f}{cm^2}$	$\Delta Pe = 1.7 \frac{kg_f}{cm^2}$
$A = 0.0975 m^2$	$t_{fe} = 7500 s$
	$V_f = 3.698 m^3$
	$Ae = ?$

Los datos de presión se convierten a Pa .

$$\Delta P = 0.75 \frac{kg_f}{cm^2} \left(\frac{98067 Pa}{1 \frac{kg_f}{cm^2}} \right) \quad \Delta Pe = 1.7 \frac{kg_f}{cm^2} \left(\frac{98067 Pa}{1 \frac{kg_f}{cm^2}} \right)$$

$$\Delta P = 73550.25 Pa \quad \Delta Pe = 166713.9 Pa$$

En la ecuación de escalamiento no se puede despejar el área porque es cuadrática, por lo que primero se van a sustituir los datos en la Ec 17.

$$t_{fe} = \frac{m}{2} \left[\frac{A^2(\Delta P)}{Ae^2(\Delta Pe)} \right] V_f^2 + b \left[\frac{A(\Delta P)}{Ae(\Delta Pe)} \right] V_f \quad \text{Ec.17}$$

La ecuación 17 se va a separar en dos partes:

$$\frac{m}{2} \left[\frac{A^2(\Delta P)}{Ae^2(\Delta Pe)} \right] V_f^2 = \left(\frac{885434.665 \text{ s/m}^6}{2} \right) \left[\frac{(0.0975 m^2)^2 (73550.25 Pa)}{Ae^2 (166713.9 Pa)} \right] (3.698 m^3)^2$$

$$b \left[\frac{A(\Delta P)}{Ae(\Delta Pe)} \right] V_f = (14042.5891 \text{ s/m}^3) \left[\frac{(0.0975 m^2)(73550.25 Pa)}{Ae (166713.9 Pa)} \right] (3.698 m^3)$$

$$\frac{m}{2} \left[\frac{A^2(\Delta P)}{Ae^2(\Delta Pe)} \right] V_f^2 = \frac{25391.1231 s m^4}{Ae^2} \quad b \left[\frac{A(\Delta P)}{Ae(\Delta Pe)} \right] V_f = \frac{2233.7319 s m^2}{Ae}$$

Sumando los dos términos e igualando con el tiempo de filtración:

$$7500 s = \frac{25391.1231 s m^4}{Ae^2} + \frac{2233.7319 s m^2}{Ae}$$

Al realizar el análisis de unidades queda igual segundos en ambos miembros de la ecuación, por lo que se va a multiplicar por Ae^2 :

$$(Ae^2)(7500) = (Ae^2) \left(\frac{25391.1231}{Ae^2} \right) + (Ae^2) \left(\frac{2233.7319}{Ae} \right)$$

La ecuación reducida queda:

$$7500 Ae^2 = 25391.1231 + 2233.7319 Ae$$

Igualando a cero la ecuación:

$$7500 Ae^2 - 2233.7319 Ae - 25391.1231 = 0$$

Sustituyendo en la ecuación general de segundo grado:

$$Ae = \frac{-(-2233.7319) \pm \sqrt{(-2233.7319)^2 - 4(7500)(-25391.1231)}}{2(7500)}$$

$$Ae = \frac{-(-2233.7319) \pm \sqrt{766723251.2}}{15000}$$

$$Ae = \frac{2233.7319 \pm 27689.7679}{15000}$$

$$Ae_1 = 1.9949 m^2 \quad Ae_2 = -1.6970 m^2$$

El resultado válido es el valor positivo $Ae_1 = 1.9949 m^2$.

De la ecuación 27 de área de un filtro prensa, se despeja el número de marcos.

$$A_{fp} = 2L^2 * \#Marcos$$

$$\#Marcos = \frac{A_{fp}}{2L^2}$$

La longitud de los marcos es $L = 35 cm$, que equivale a $L = 0.35 m$.

Sustituyendo los datos.

$$\#Marcos = \frac{1.9949 \cancel{m}^2}{2(0.35 \cancel{m})^2}$$

$$\#Marcos = 8.1424$$

El número de marcos a utilizar en el filtro será 9.

6. FILTRACIÓN INTERMITENTE A PRESIÓN CONSTANTE CON PRECAPA

- 1) Se realizaron filtraciones de agua en una celda de filtración cilíndrica (ver figura 12) que tiene un radio de $r = 33 \text{ cm}$ y opera a $\Delta P = 2 \text{ kg}_f/\text{cm}^2$, en la cual se forma una precapa de $\frac{2}{16} \text{ in}$ usando tierra diatomea como ayuda filtro.

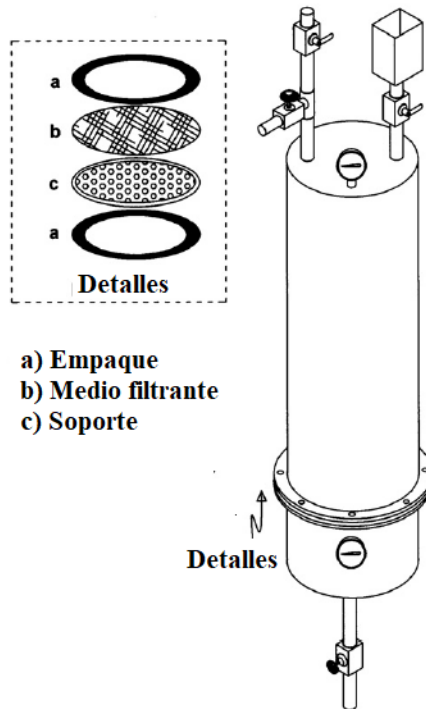


Figura 12. Celda de filtración a presión constante (Valderrama-Bravo et al., 2012)

En la tabla 20 se muestran los datos de filtración de agua con ayuda filtro para formar precapa.

Tabla 20. Filtración para formar precapa

Tiempo (s)	Volumen (m ³)
1	0.0002
2	0.0004
3	0.0006
4	0.0008
5	0.001
7	0.0012
8	0.0014
9	0.0016

Posteriormente se realizaron filtraciones de agua de cocción de maíz nixtamalizado en la celda a una presión de $2 \text{ kg}_f/\text{cm}^2$. La viscosidad del agua de maíz es de 6.5 cP y el porcentaje en peso de sólidos en la suspensión es de 2.45% . Los datos se muestran en la tabla 21.

Tabla 21. Filtración de suspensión

Tiempo (s)	Volumen (m ³)
1	0.0002
2	0.0004
4	0.0006
7	0.0008
19.5	0.001
37	0.0012
62.5	0.0014
93.5	0.0016

Con los datos, obtener:

- a) La cantidad de ayuda filtro (tierra diatomea) para formar una precapa de $\frac{2}{16}$ in de espesor.

Para obtener la cantidad de tierra diatomea que se usará como precapa, se cuenta con la siguiente relación:

Teóricamente se tiene que para formar un área de 10 m^2 de precapa con un espesor de $\frac{1}{16}$ in, se utilizan de $5 - 7 \text{ kg}$ de ayuda filtro (Toledo, 2007).

Tomando en consideración la referencia se va a elegir 6 kg , pero cualquier valor en el intervalo de $5 - 7 \text{ kg}$ se puede considerar.

Es necesario calcular el área de filtración de la celda cilíndrica y para ello se utiliza la fórmula del área de una circunferencia.

$$A = \pi r^2$$

El $r = 33 \text{ cm}$ se convierte a metros.

$$r = 33 \cancel{\text{ cm}} \left(\frac{1 \text{ m}}{100 \cancel{\text{ cm}}} \right)$$

$$r = 0.33 \text{ m}$$

Por lo que el área es:

$$A = (\pi)(0.33 \text{ m})^2$$

$$A = 0.3421 \text{ m}^2$$

Considerando el área calculada y la relación teórica para la cantidad de ayuda filtro

$$0.3421 \cancel{\text{ m}^2} \left(\frac{6 \text{ kg de ayuda filtro}}{10 \cancel{\text{ m}^2}} \right)$$

0.2053 kg de tierra diatomea se usaran para formar una precapa de $\frac{1}{16}$ in.

En el problema se pide una precapa de $\frac{2}{16}$ in, por lo tanto, la cantidad de tierra es:

$$\frac{2}{16} \cancel{\text{in}} \left(\frac{0.2053 \text{ kg de tierra}}{\frac{1}{16} \cancel{\text{in}}} \right)$$

0.4105 kg de tierra diatomea se usaran para formar una precapa de $\frac{2}{16}$ in.

- b) El valor de “C”, si para la filtración del agua de nixtamalización se empleó tierra diatomea como ayuda filtro en dosificación, en una relación 1:0.27. La $\rho_f = 1084 \text{ kg/m}^3$, $\rho_l = 970 \text{ kg/m}^3$ y la humedad de la torta de 47%. El porcentaje en peso de sólidos del agua es de 2.45%.

La relación de 1:0.27 indica que por cada kg de sólidos de la suspensión se adicionan 0.27 kg de tierra diatomea. Entonces si partimos de C_s :

$$C_s = \frac{2.45 \text{ kg de sólidos}}{100 \text{ kg suspensión}}$$

Esto muestra que hay 2.45 kg de sólidos en la suspensión, entonces este valor se multiplica por la relación de dosificación que se va a agregar.

$$\cancel{2.45 \text{ kg sólidos}} \left(\frac{0.27 \text{ kg de tierra}}{\cancel{1 \text{ kg de sólidos}}} \right)$$

Por lo tanto, se adicionan **0.6615 kg de tierra a la suspensión.**

La modificación se va a realizar en C_s al sumar los sólidos de la tierra.

$$C_s = \frac{2.45 \text{ kg de sólidos} + 0.6615 \text{ kg de tierra}}{100 \text{ kg suspensión} + 0.6615 \text{ kg de tierra}}$$

La ecuación al sumar queda:

$$C_s = \frac{3.1115 \text{ kg de sólidos}}{100.6615 \text{ kg suspensión}}$$

La ecuación también se puede expresar como:

$$C_s = \frac{3.1115 \text{ kg de sólidos}}{97.55 \text{ kg agua pura} + 3.1115 \text{ kg sólidos}}$$

Para poder calcular C , se requiere C_F , que es la concentración de sólidos respecto al agua pura. Por consiguiente, de C_s , se puede extraer lo que se requiere:

$$C_F = \frac{3.1115 \text{ kg de sólidos}}{97.55 \text{ kg agua pura}}$$

Y para obtener en las unidades requeridas se multiplica por la densidad del líquido 970 kg/m^3 .

$$C_F = \left(\frac{3.1115 \text{ kg de sólidos}}{97.55 \text{ kg agua pura}} \right) \left(\frac{970 \text{ kg de agua pura}}{1 \text{ m}^3 \text{ de agua pura}} \right)$$

$$C_F = 30.9396 \text{ kg/m}^3$$

La ecuación 1 de la tabla 1 para calcular C :

$$C = \frac{C_F}{1 - \frac{C_F}{M_t \rho_f}}$$

De la ecuación para obtener C , falta calcular la relación de sólidos de la torta respecto al líquido en la torta, que se obtiene de la ecuación 2 de la tabla 1:

$$M_t = \frac{X_t}{1 - X_t}$$

Donde X_t , representa la fracción de sólidos en la torta.

En el problema no dan la fracción de sólidos en la torta, pero se tiene una humedad del 47%, que expresado en fracción es 0.47. Entonces el valor de X_t es:

$$X_t = 1 - 0.47$$

$$X_t = 0.53$$

Sustituyendo el valor en la fórmula:

$$M_t = \frac{0.53}{1 - 0.53}$$

$$M_t = 1.1276$$

Sustituyendo los datos ya calculados en la fórmula de C , se tiene:

$$C_F = 30.9396 \text{ kg/m}^3 \text{ y } \rho_f = 1084 \text{ kg/m}^3$$

$$C = \frac{30.9396 \text{ kg/m}^3}{1 - \frac{30.9396 \text{ kg/m}^3}{(1.1276)(1084 \text{ kg/m}^3)}}$$

Realizando el análisis de unidades, se tiene:

$$C = \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{1 - \frac{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

$$C = 31.7431 \text{ kg/m}^3$$

- c) El flujo volumétrico a través de la precapa (q), también denotado como flujo volumétrico de agua se obtiene usando los datos de la tabla 20. Se considera que los datos de volumen de agua en función del tiempo tienen un comportamiento lineal por lo que la

pendiente será el flujo volumétrico a través de la precapa (q), cómo se muestra en la figura 13.

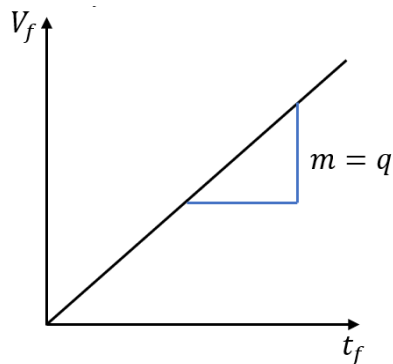


Figura 13. Obtención de flujo volumétrico a través de la precapa

Los datos se procesan en Excel, para obtener la pendiente, empleando el comando de Pendiente. Para ello se colocan en cualquier celda fuera de las operaciones y se introduce el signo de igual, se escribe pendiente y se selecciona el comando para introducir primero los valores de “ y ”, se escribe coma y luego se seleccionan los valores de “ x ”.

Tabla 22. Datos de volumen suspensión en filtro prensa para cálculo de pendiente

	A	B	C
1	Tiempo (s)	Volumen	
2		(m ³)	
3	1	0.0002	
4	2	0.0004	
5	3	0.0006	
6	4	0.0008	
7	5	0.001	
8	7	0.0012	
9	8	0.0014	
10	9	0.0016	
11			
12	Pendiente	=PENDIENTE(B3:B10,A3:A10)	

También se debe calcular el coeficiente R^2 para verificar que los datos tienen una tendencia lineal y el proceso es similar al de pendiente, sólo que se utiliza el comando Coeficiente R^2 .

Tabla 23. Datos de volumen suspensión en filtro prensa para cálculo de R^2

	A	B	C	D
1	Tiempo (s)	Volumen		
2		(m ³)		
3	1	0.0002		
4	2	0.0004		
5	3	0.0006		
6	4	0.0008		
7	5	0.001		
8	7	0.0012		
9	8	0.0014		
10	9	0.0016		
11				
12	Pendiente	0.000168153		
13	R2	=COEFICIENTE.R2(B3:B10,A3:A10)		

Los datos obtenidos son:

$$\text{Pendiente} = q = 1.6815 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

$$R^2 = 0.9909$$

El valor de pendiente es el flujo a través de la precapa (q) y el valor de R^2 es cercano a 1, por lo que se considera con comportamiento lineal.

d) El valor de α y Rm con los datos de la tabla 21.

El cálculo de α se realiza con la ecuación 25 y se graficó, como se muestra en la figura 14 para obtener la pendiente:

$$\left(t_f - \frac{V_f}{q}\right) = \left(\frac{\mu \alpha C}{2 \Delta P A^2}\right) V_f^2 \quad \text{Ec.25}$$

Donde:

ΔP = Caída de Presión

[=] Pa

A = Área filtración

[=] m^2

q = Flujo volumétrico a través de la precapa

[=] m^3/s

μ = Viscosidad

[=] Pa s

Rm = Resistencia específica del medio filtrante

[=] m^{-1}

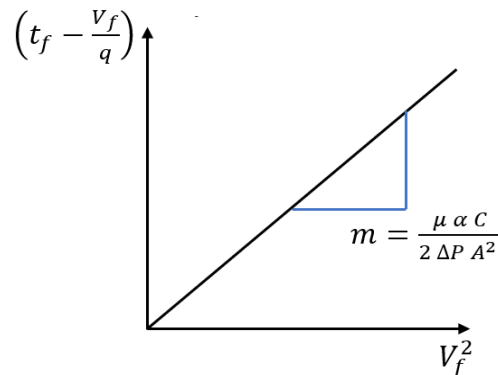


Figura 14. Obtención de α para filtración intermitente a presión constante con precapa

Los datos de la tabla 22, se procesarán en Excel y como ya están en las unidades requeridas, entonces en celda C3 se realizará el cálculo de $\frac{V_f}{q}$, con la siguiente instrucción:

$$= B3 / 1.6815 \times 10^{-4}$$

En la celda D3, se va a calcular V_f^2 realizando la siguiente operación:

$$= B3^2$$

En la celda E3, se obtiene $t_f - \frac{V_f}{q}$ realizando la siguiente operación:

$$= A3 - C3$$

Posteriormente se copian las celdas C3, D3 y E3 con Ctrl “c” y se seleccionan las celdas de la C4 hasta E10 y se aplica Ctrl “v”.

Tabla 24. Datos de V_f de suspensión en filtro prensa

	A	B	C	D	E
1	Tiempo (s)	Volumen	V_f/q	V_f^2	$(t_f - V_f/q)$
2		(m³)	(s)	(m³)	(s)
3	1	0.0002	1.1894	4.0000E-08	-0.1894
4	2	0.0004	2.3788	1.6000E-07	-0.3788
5	4	0.0006	3.5682	3.6000E-07	0.4318
6	7	0.0008	4.7577	6.4000E-07	2.2423
7	19.5	0.001	5.9471	1.0000E-06	13.5529
8	37	0.0012	7.1365	1.4400E-06	29.8635
9	62.5	0.0014	8.3259	1.9600E-06	54.1741
10	93.5	0.0016	9.5153	2.5600E-06	83.9847

Como se puede observar en los resultados los primeros dos valores de la columna E, son negativos. Estos datos serán descartados para el cálculo de alfa porque al inicio de la filtración hay error en la lectura de los resultados. Entonces, para calcular la pendiente y R^2 , los datos negativos no serán considerados.

El valor de la pendiente y R^2 se realiza como en el cálculo del flujo a través de la precapa, seleccionando para “x” V_f^2 y en “y” $t_f - \frac{V_f}{q}$.

Tabla 25. Datos de V_f^2 suspensión en filtro prensa

	A	B	C	D	E	F
1	Tiempo (s)	Volumen	V_f/q	V_f^2	$(t_f - V_f/q)$	
2		(m³)	(s)	(m³)	(s)	
3	1	0.0002	1.1894	4.0000E-08	-0.1894	
4	2	0.0004	2.3788	1.6000E-07	-0.3788	
5	4	0.0006	3.5682	3.6000E-07	0.4318	
6	7	0.0008	4.7577	6.4000E-07	2.2423	
7	19.5	0.001	5.9471	1.0000E-06	13.5529	
8	37	0.0012	7.1365	1.4400E-06	29.8635	
9	62.5	0.0014	8.3259	1.9600E-06	54.1741	
10	93.5	0.0016	9.5153	2.5600E-06	83.9847	
11						
12				Pendiente	=PENDIENTE(E5:E10,D5:D10)	
13				R2	=COEFICIENTE.R2(E5:E10,D5:D10)	

Note que no se consideraron los valores negativos. Los resultados de pendiente y R^2 , son:

$$Pendiente = 39124693.6797 \text{ s/m}^6$$

$$R^2 = 0.9753$$

Tomando en cuenta que $m = \left(\frac{\mu \alpha C}{2 \Delta P A^2} \right)$, se despeja alfa.

$$\alpha = \frac{m 2 \Delta P A^2}{\mu C}$$

Para el caso de Rm , no depende de los datos procesados de la tabla 2, sino del valor de flujo volumétrico a través de la precapa, que se obtiene con la ecuación 26.

$$Rm = \frac{A \Delta P}{q \mu} \quad \text{Ec.26}$$

Los datos que indican en el problema:

$$\Delta P = 2 \text{ kg}_f/\text{cm}^2 \quad A = 0.3421 \text{ m}^2 \quad C = 31.7431 \text{ kg}/\text{m}^3 \quad \mu = 6.5 \text{ cP}$$

$$q = 1.6815 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

Realizando las conversiones

$$\Delta P = 2 \frac{\cancel{\text{kg}_f}}{\cancel{\text{cm}^2}} \left(\frac{98066.5 \text{ Pa}}{\frac{\cancel{\text{kg}}}{\cancel{\text{cm}^2}}} \right) \quad \mu_f = 6.5 \cancel{\text{cP}} \left(\frac{1 \times 10^{-3} \text{ Pa s}}{1 \cancel{\text{cP}}} \right)$$

$$\Delta P = 196133 \text{ Pa} \quad \mu = 6.5 \times 10^{-3} \text{ Pa s}$$

Sustituyendo los datos y realizando el análisis dimensional.

$$\alpha = \frac{\left(39124693.6797 \frac{\text{s}}{\text{m}^6} \right) (2) (196133 \text{ Pa}) (0.3421 \text{ m}^2)^2}{(6.5 \times 10^{-3} \text{ Pa s}) \left(31.7431 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)} \quad Rm = \frac{(0.3421 \text{ m}^2)(196133 \text{ Pa})}{(1.6815 \times 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s})(6.5 \times 10^{-3} \text{ Pa s})}$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{\text{s}}{\text{m}^6} \right) (\text{Pa}) (\text{m}^2)^2}{(\text{Pa s}) \left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right)}$$

$$Rm = \frac{(\text{m}^2)(\text{Pa})}{(\text{m}^3/\text{s})(\text{Pa s})}$$

$$Rm = \frac{(\cancel{\text{m}^2} \cancel{\text{s}} \cancel{\text{Pa}})}{(\text{m}^3)(\cancel{\text{Pa}} \cancel{\text{s}})}$$

$$\alpha = \frac{\left(\frac{\text{s Pa m}^4}{\text{m}^6} \right)}{\left(\frac{\text{Pa s kg}}{\text{m}^3} \right)}$$

$$\alpha = \left(\frac{\cancel{\text{s}} \cancel{\text{Pa}} \cancel{\text{m}^4}}{\cancel{\text{Pa}} \cancel{\text{s}} \cancel{\text{kg}} \cancel{\text{m}^6}} \right)$$

$$\alpha = 8.7053 \times 10^{12} \text{ m/kg}$$

$$Rm = 6.1389 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}$$

7. PROBLEMAS PROPUESTOS DE FILTRACION INTERMITENTE SIN Y CON PRECAPA

1. Se registraron datos de filtración sin ayuda filtro a ΔP constante de una suspensión de mango en un filtro de laboratorio el cual opera con una $\Delta P = 228.479 \text{ kPa}$, teniendo un área de filtración de $A = 650 \text{ cm}^2$, la concentración $C = 97.6 \text{ kg/m}^3$ y $\mu = 2.1 \text{ cP}$.

Tabla 26. Datos de volumen suspensión de mango

Tiempo (s)	Volumen (m^3)
0	0
7.33	0.0005
15	0.001
26	0.0015
38	0.002
54	0.0025
75	0.003
100	0.0035
130	0.004
165	0.0045
210	0.005

- a) Calcular α y R_m .
 - b) Que volumen de filtrado se tendría para un tiempo de filtración de 2980 s.
2. Los datos de un néctar de mango se muestran en la tabla 27, el cual tiene una concentración de sólidos de 10.3% en peso y $\rho_{sus} = 1245 \text{ kg/m}^3$. La suspensión fue filtrada a presión constante, sin precapa en un filtro de hojas que tiene valores de $A = 1.2 \text{ m}^2$, $\Delta P = 36.2 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ y humedad de torta de 40%.

Tabla 27. Datos de volumen y tiempo para néctar de mango

Volumen (L)	Tiempo (s)
0	0
1	7.245
2	16.1
3	27.83
4	42.55
5	59.455
6	79.35
7	102.12
8	126.5
9	154.1
10	184

- a) Calcular el valor de “C” si se empleó perlita como ayuda filtro en una proporción de 1:0.32. Los datos de densidad de agua y de filtrado son: $\rho_f = 1025 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_l = 995 \text{ kg/m}^3$, respectivamente.
 - b) Obtener los valores de α y Rm , si la viscosidad del filtrado es de $\mu = 2.8 \text{ cP}$.
3. Una suspensión de almidón será filtrada sin precapa a una presión constante de $\Delta P = 20.5 \text{ lb}_f/\text{in}^2$ en un filtro de laboratorio que tiene un área de 0.68 m^2 y los datos se muestran a continuación:

Tabla 28. Datos de volumen y tiempo de suspensión de almidón

Volumen (L)	Tiempo (s)
0	0
1	5.75
2	13.225
3	22.77
4	34.615
5	48.875
6	65.32
7	83.95
8	104.88
9	127.65
10	152.95
11	180.32
12	209.875

Con los datos obtenidos se desea escalar para filtrar en un filtro prensa que tiene un área de 10.3 m^2 y que opera con una caída de presión constante de $\Delta P = 3.8 \text{ atm}$. Realice un escalamiento y obtenga:

- a) El tiempo de filtración para un volumen de filtrado de 1200 L .
 - b) El ΔP_e si la nueva área de filtrado en el filtro prensa es de 4.5 m^2 , considerando el tiempo escalado del inciso a) y el volumen de 1200 L .
 - c) El área de escalamiento si se considera un volumen de 1450 L . Considere el tiempo escalado del inciso a) y el nuevo ΔP_e del inciso b)
4. Se realizaron experimentos de filtración empleando una suspensión de CaCO_3 en un filtro prensa a diferentes caídas de presión, obteniendo valores de resistencia específica de la torta, como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 29. Datos de ΔP de suspensión de CaCO_3

ΔP (kPa)	α (m/kg)
63.5	1.20E+10
92.5	1.80E+10
125.8	2.20E+10
156	2.40E+10
187.3	2.90E+10
218.5	3.10E+10

- a) Obtener el índice de compresibilidad y determinar si la torta es compresible o incompresible, justificar su respuesta.
 - b) Establecer la ecuación que relaciona α en función de ΔP .
5. Se desea filtrar una suspensión de CaCO_3 a velocidad de flujo constante, sin adicionar ayuda filtro, el cual tiene una concentración de 15.9% en peso en un filtro prensa de 16 placas y 14 marcos de 16 in de longitud, el cual opera a una capacidad de filtración por unidad de área constante de $0.85 \frac{\text{gal}}{\text{ft}^2 \cdot \text{min}}$, manteniendo una caída de presión desde el comienzo hasta alcanzar $\Delta P = 85 \text{ lb}_f/\text{in}^2$. La viscosidad del filtrado es $\mu = 2.8 \text{ cP}$ el valor de $\alpha = 8.79 \times 10^{10} \text{ m/kg}$, $R_m = 3.75 \times 10^9 \text{ m}^{-1}$, la humedad de la torta de 37%, $\rho_f = 1025 \text{ kg/m}^3$, $\rho_l = 998 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_{\text{sus}} = 1856 \text{ kg/m}^3$. Calcular:
- a) El valor de “C”.
 - b) Tiempo de filtración
 - c) Volumen de filtrado
 - d) La masa de torta en base seca
 - e) Tiempo total del ciclo de filtración si se emplea 75 minutos para las operaciones auxiliares.
 - f) El flujo volumétrico del ciclo de filtración
6. Se realizará una filtración en un filtro vertical que opera a una caída de presión constante y se adiciona ayuda filtro como dosificación, con las siguientes características: el porcentaje de sólidos en la suspensión de 12%, humedad de la torta 39%, densidad del líquido en estado puro 925 kg/m^3 , densidad del filtrado 1280 kg/m^3 , viscosidad del filtrado 2.5 cP , densidad de la suspensión 1730 kg/m^3 , caída de presión $\Delta P = 4.1 \times 10^5 \text{ Pa}$, resistencia específica de la torta $3.4 \times 10^{10} \text{ m/kg}$, resistencia del medio filtrante $4.9 \times 10^{10} \text{ m}^{-1}$ y área de filtración 8.8 m^2 . El tiempo en las operaciones auxiliares es de 57 minutos. Obtener:
- a) La cantidad de tierra que debe adicionar a 100 L de suspensión si se emplea tierra diatomea como ayuda filtro para dosificación con relación 1: 0.25.
 - b) El valor de “C”, considerando que se adiciona ayuda filtro como dosificación.
 - c) El volumen de filtración si el tiempo de filtrado fue de 1100 s.
 - d) Tiempo total del ciclo.

7. Se realizaron filtraciones en un filtro prensa piloto que cuenta con 8 placas y 6 marcos de $L = 11 \text{ cm}$ de longitud.
- a) Calcular la cantidad de tierra diatomea (ayuda filtro) que debe de usarse para formar una precapa de $\frac{3}{16} \text{ in.}$

Posteriormente se llevó a cabo una corrida de agua mezclada con tierra diatomea y los datos se muestran en la tabla 30.

Tabla 30. Datos de tiempo y volumen de filtración de tierra diatomea

Tiempo (s)	Volumen (m^3)
2	0.0005
3	0.001
6	0.0015
8	0.002
10	0.0025
14	0.003
16	0.0035
18	0.004
21	0.0045
23	0.005
25	0.0055
28	0.006

- b) Obtener el flujo volumétrico del agua a través de la precapa (q).

La tierra diatomea también se va a emplear como dosificación en una proporción de 1:0.30, para filtrar una suspensión de manzana que tiene una concentración en peso de 10.5%.

- c) Calcular la cantidad de tierra diatomea que se debe agregar a los 6 litros de suspensión si su densidad es de 1125 kg/m^3 .

Después de adicionar el ayuda filtro a la suspensión se mezcló e inmediatamente se realizó la filtración del jugo de manzana ya con el ayuda filtro adicionado a presión de $\Delta P = 2.6 \text{ kg}_f/\text{cm}^2$. Los datos obtenidos se muestran en la tabla 31.

- d) Calcular el valor de C_F y C con los sólidos adicionados de ayuda filtro, si $\rho_l = 945 \text{ kg/m}^3$, $\rho_f = 1047 \text{ kg/m}^3$ y el porcentaje de sólidos en la torta seca fue de 60%.
- e) Obtener el valor de α y Rm si la viscosidad del jugo de manzana es de 1.63 cP .

Tabla 31. Datos de volumen y tiempo de suspensión de manzana

Volumen (m^3)	Tiempo (s)
0	0
0.0005	4.8
0.001	11.2
0.0015	19.6
0.002	30
0.0025	42.4
0.003	56.8
0.0035	72.1
0.004	91.3
0.0045	111.2
0.005	132.8
0.0055	156.5
0.006	182.3

ANEXO 1. CONVERSIÓN DE UNIDADES

Longitud

Unidad	Centímetro (cm)	Metro (m)	Pulgada (in)	Pie (ft)	Milla (mi)
1 cm	1	0.01	0.393701	0.0328084	6.2137×10^{-6}
1 m	100	1	39.3701	3.28084	0.000621371
1 in	2.54	0.0254	1	0.0833333	1.5783×10^{-5}
1 ft	30.48	0.3048	12	1	0.000189394
1 mi	160934	1609.34	63360	5280	1

Masa

Unidad	Gramo (g)	Kilogramo (kg)	Tonelada (t)	Onza (oz)	Libra (lb)
1 g	1	0.001	0.000001	0.035274	0.00220462
1 kg	1000	1	0.001	35.274	2.20462
1 t	1×10^6	1000	1	35274	2204.62
1 oz	28.3495	0.0283495	2.835×10^{-5}	1	0.0625
1 lb	453.592	0.453592	0.000453592	16	1

Área

Unidad	cm^2	m^2	in^2	ft^2	mi^2
1 cm^2	1	0.0001	0.1550	0.001076	3.8983×10^{-11}
1 m^2	10000	1	1550	10.7639	3.861×10^{-7}
1 in^2	6.4516	0.00064516	1	0.00694444	2.491×10^{-10}
1 ft^2	929.0304	0.092903	144	1	3.587×10^{-8}
1 mi^2	2.5889×10^{10}	2.59×10^6	4.014×10^9	2.788×10^7	1

Volumen

Unidad	cm^3 (mL)	m^3	in^3	ft^3	Litro (L)	Galón (gal)
1 mL	1	1×10^{-6}	0.0610237	3.5315×10^{-5}	0.001	0.000264172
1 m^3	1×10^6	1	61023.7	35.3147	1000	264.172
1 in^3	16.3871	1.6387×10^{-5}	1	0.000578704	0.0163871	0.004329
1 ft^3	28316.8	0.0283168	1728	1	28.3168	7.48052
1 L	1000	0.001	61.0237	0.0353147	1	0.264172
1 gal	3785.41	0.00378541	231	0.133681	3.78541	1

Presión

Unidad	Pa	atm	mmHg	lb_f/in^2	kg_f/m^2	kg_f/cm^2
1 Pa	1	9.8692×10^{-6}	0.0075	0.000145038	0.102	1.0197×10^{-5}
1 atm	101325	1	760	14.6959	10332.272	1.0332
1 mmHg	133.322	0.0013	1	0.0193	13.5951	0.0014
1 lb_f/in^2	6894.76	0.068046		1	703.0696	0.0703
1 kg_f/m^2	9.8067	0.0001	0.0736	0.0014	1	0.0001
1 kg_f/cm^2	98066.52	0.9678	735.5615	14.2233	10000	1

Viscosidad

Unidad	Pa s	Poise (P)	Centipoise (cP)	Dina s/cm ²
1 Pa s	1	10	1000	10
1 P	0.1	1	100	1
1 cP	0.001	0.01	1	0.01
1 Dina s/cm ²	0.1	1	100	1

BIBLIOGRAFÍA

- Brennan, J. G. (1998). *Las Operaciones de la Ingeniería de los Alimentos*. 3ª ed. España: Acribia.
- Foust, A. S. Wenzel, L., Clump, C., Maus, L., Andersen, B. (1989). *Principios de Operaciones Unitarias*. México: CECSA.
- Geankoplis, C. J. (2006). *Procesos de Transporte y Operaciones Unitarias*. 4ª ed. México: CECSA.
- McCabe, W. L., Smith, J. C., Harriot, P. (2007). *Operaciones Básicas de la Ingeniería Química*. México: McGraw-Hill. .
- Perry, R. H., Chilton, C. H. (2001). *Manual del Ingeniero Químico*. México: McGraw-Hill.
- Toledo, R. T. (2007). *Fundamentals of Food Process Engineering*. USA: Springer
- Valderrama-Bravo, C., Gutiérrez-Cortez, E., Contreras-Padilla, M., Rojas-Molina, I., Mosquera, J. C., Rojas-Molina, A., Beristain, F., Rodríguez-García, M. E. (2012). Constant pressure filtration of lime water (nejayote) used to cook kernels in maize processing. *Journal of Food Engineering* 110, 478-486.
- Valderrama-Bravo, C., Gutiérrez-Cortez, E., Contreras-Padilla, M., Oaxaca-Luna, J., Del Real-López, A., Espinosa-Arbelaes, D.G., Rodríguez-García, M.E. (2013). Physico-mechanic treatment of nixtamalization byproduct (nejayote). *Cyta-Journal of Food* 11, 75–83.